Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège, 38e année, nº 3-4, 1969, pp. 86-95

TWO CONGRUENCES ON DISTRIBUTIVE LATTICES

by T. P. SPEED (*)

RÉSUMÉ

Soient $\mathscr{L} = (L\,;\ \vee, \wedge, 0)$ un lattis distributif avec zéro, S un $\wedge$-sous-demi-lattis de $\mathscr{L}$ et J un idéal de $\mathscr{L}$. Alors nous pouvons définir deux familles de congruences Ψ^S et R^J par :

$$(a, b) \in \Psi^S \underset{\text{Déf}}{\equiv} \text{il existe } s \in S \text{ tel que } a \wedge s = b \wedge s\,;$$

$$(a, b) \in R^J \underset{\text{Déf}}{\equiv} a \wedge x \in J \text{ si et seulement si } b \wedge x \in J \ (\forall x \in L).$$

Ces congruences ont de multiples propriétés qui facilitent l'étude de la structure des idéaux premiers et premiers-minimaux de $\mathscr{L}$. En particulier, l'espace des idéaux premiers de $\mathscr{L}$ modulo Ψ^S est homéomorphe au sous-espace des idéaux premiers de $\mathscr{L}$ ne rencontrant pas S, chacun de ces espaces étant muni de la topologie habituelle. L'espace des idéaux premiers-minimaux de $\mathscr{L}$ est homéomorphe à l'espace des idéaux premiers-minimaux de $\mathscr{L}$ modulo $R^{(0)} = R$. Ce dernier résultat est le point de départ de quelques théorèmes relatifs à l'espace des idéaux premiers-minimaux de $\mathscr{L}$. Lorsque $\mathscr{L}$ modulo R est un lattis de Boole, le cas est particulièrement intéressant et quelques résultats nouveaux sont fournis ici.