

# Chapitre 4

## Statistique des images multiples de quasars

*Nous sommes les abeilles de l'Univers. Nous butinons éperdument le miel du visible pour l'accumuler dans la grande ruche d'or de l'invisible.*

R.M. Rilke, Correspondance à W. Von Hulewicz

La Section 4.1 est consacrée à la détermination statistique de la densité cosmologique d'objets compacts dans l'Univers à partir du nombre observé de mirages dans un échantillon de quasars très lumineux. Il s'agit d'un prélude avant la Section 4.2, où nous établissons des contraintes sur certains paramètres astrophysiques et cosmologiques par l'étude statistique générale du phénomène de lentille dans le cadre du modèle de déflecteur EIS. La Section 4.3 réunit nos conclusions.

### 4.1 Distribution cosmologique d'objets compacts

#### 4.1.1 Introduction

Nous l'avons annoncé dans l'introduction générale de notre ouvrage : la contribution  $\Omega_L$  des objets sombres et compacts à la densité de l'Univers peut être contrainte à partir du nombre de mirages gravitationnels présents dans un échantillon optique de quasars. Nous avons également vu que cette technique est surtout sensible aux objets de masse supérieure à  $10^8 M_\odot$  (voir Fig. 1.1). Nous limitons notre analyse aux mirages dont la séparation angulaire entre les images  $\Delta\theta$  est inférieure à  $3''$ , afin d'éliminer la contamination provoquée par les amas de galaxies. En conséquence, l'objet compact le plus massif pour lequel nous puissions mesurer efficacement les effets de lentilles possède environ  $10^{12} M_\odot$ .

Comment obtient-on la plus forte contrainte sur  $\Omega_L$  ? En conjuguant les observations du plus grand nombre possible de quasars dont la probabilité d'être un mirage est maximale. Ce matériau observationnel est prodigué par le vaste échantillon de 1164 HLQs différents présenté au Chapitre 3. Les HLQs sont en effet des quasars distants et brillants (donc très lumineux), pour lesquels la ligne de visée est la plus longue et le biais en amplification le

plus avantageux. En cas d'observations multiples d'un même objet, nous conservons celle la plus favorable à la découverte d'un mirage (probabilité maximale).

Au sein de cet échantillon de HLQs, 6 mirages gravitationnels ont été découverts avec des séparations angulaires inférieures à 3". Parmi ceux-ci, un seul est susceptible d'être formé par l'effet de lentille associé à un objet compact isolé : Q1208+1011 est le seul mirage à 2 images dont le défecteur reste non détecté (à ce jour) (voir Table 3.1). Par la statistique de Poisson, on peut donc exclure avec un degré de certitude de 99,7% que le nombre véritable de mirages dans l'échantillon excède 7,9. Nous utiliserons ce nombre de mirages pour déterminer avec le même degré de certitude la limite supérieure de  $\Omega_L$  en fonction de la masse du défecteur.

Dans la Section 4.1.2, nous explicitons pour le modèle de défecteur ponctuel la probabilité  $P_{LG,tot}$  d'observer un mirage produit par une population uniforme d'objets compacts de densité cosmologique  $\Omega_L$  et de masse  $M_L$ . Nous éclairerons le rôle de la FSA dans le calcul de la section efficace effective. Malgré la simplicité du modèle, cette dernière ne peut pas être calculée analytiquement. Dans la Section 4.1.3, la limite supérieure de  $\Omega_L(M_L)$  (avec 99,7% de certitude) est présentée dans le contexte d'autres études publiées dans la littérature.

Les résultats quantitatifs de cette section constituent une mise à jour de ceux obtenus par Claeskens et Surdej (1996) et Surdej et al. (1993a), à la lumière des nouvelles connaissances acquises sur les lentilles individuelles.

## 4.1.2 Probabilité d'observation d'un mirage au sein du modèle ponctuel

### Expression générale

Si la distribution spatiale des objets compacts de masse  $M_L$  est uniforme (en coordonnées comobiles), leur densité spatiale propre  $n(M_L, z)$  vaut :

$$\begin{aligned} n(M_L, z) &= n(M_L, 0)(1+z)^3 = \frac{\rho_L}{M_L}(1+z)^3 \\ &= \frac{\Omega_L \rho_c}{M_L}(1+z)^3 \\ &= \frac{3H_o^2 \Omega_L}{8\pi G M_L}(1+z)^3, \end{aligned} \quad (4.1)$$

où  $\Omega_L = \rho_L/\rho_c$ ,  $\rho_L$  est la densité matérielle associée à la population d'objets compacts et  $\rho_c = 3H_o^2/(8\pi G)$  est la densité critique de l'Univers (voir Annexe A).

Dès lors, la probabilité d'observer un mirage formé par un objet compact de masse  $M_L$  s'écrit à partir de l'équation (2.97), où l'on substitue  $n(M_L, z)$  à  $n(L, z)$  :

$$P_{LG,tot}(z_s, b, FSA; M_L) = \frac{3H_o^2 \Omega_L}{8\pi G M_L} \int_0^{z_s} (1+z)^3 \frac{cdt}{dz} \Sigma_{eff}(z; z_s, b, FSA; M_L) dz. \quad (4.2)$$

Notons qu'en raison du facteur d'échelle  $b_o^2(z)$  (voir éq. (2.35c)) contenu dans  $\Sigma_{eff}$ , la relation (4.2) est indépendante de  $H_o$  et  $M_L$  n'intervient que via la FSA.

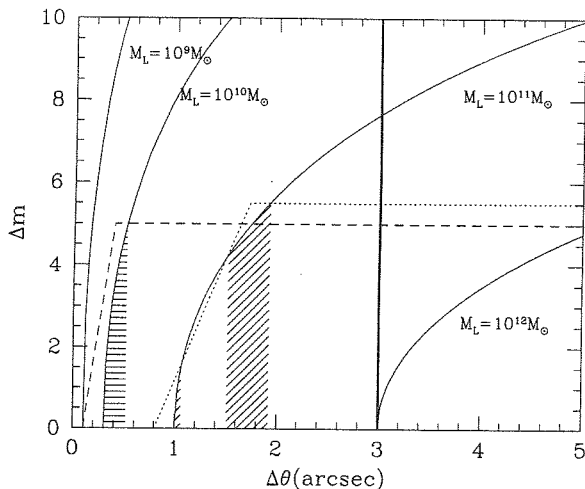


FIG. 4.1: Différence de magnitude en fonction de la séparation angulaire des images formées par un déflecteur ponctuel de masse  $M_L$  (traits continus fins). Le trait vertical gras indique la séparation angulaire maximale considérée dans notre analyse. Le trait interrompu et le trait pointillé représentent deux FSA et les zones hachurées horizontales et obliques correspondent aux mirages détectables avec chacune des FSA, pour un déflecteur de  $10^{10}$  et de  $10^{11} M_\odot$  respectivement.

### Calcul de la section efficace effective

Comme le suggère la relation (2.37), le modèle de lentille de Schwarzschild forme toujours 2 images d'une source ponctuelle d'arrière-plan, quel que soit leur degré d'alignement avec l'observateur. La section efficace de production d'une image double par un objet compact est donc ... infinie ! Ce paradoxe est seulement apparent, car l'image secondaire doit être *détectée*, étant donnée la FSA de l'instrument.

Au moyen des relations (2.37) et (2.40) et d'un peu d'algèbre, on montre que les modules des amplifications  $A_{1,2}$  des 2 images s'écrivent en fonction du désalignement  $y$  de la source (en grandeur normalisée, voir éq. (2.15b)) de la manière suivante :

$$A_{1,2} = \frac{y^2 + 2 \pm y\sqrt{y^2 + 4}}{2y\sqrt{y^2 + 4}}. \quad (4.3)$$

D'autre part, la séparation angulaire normalisée  $\Delta x$  entre les deux images vaut (éq. (2.37)) :

$$\Delta x = \sqrt{y^2 + 4}.$$

En exprimant la relation (4.3) en fonction de  $\Delta x$ , il s'ensuit immédiatement que la différence de magnitude des images-mirages dépend du rapport de leur séparation angulaire  $\Delta\theta$  au rayon angulaire d'Einstein  $\theta_E(z, z_s; M_L)$  ( $\Delta x = \Delta\theta/\theta_E$ ). En explicitant  $\Delta m$  en fonction de  $\Delta\theta$  et de  $\theta_E$ , il vient :

$$\Delta m(\Delta\theta, \theta_E) = 2,5 \log \frac{\Delta\theta^2 - 2\theta_E^2 + \Delta\theta \sqrt{\Delta\theta^2 - 4\theta_E^2}}{\Delta\theta^2 - 2\theta_E^2 - \Delta\theta \sqrt{\Delta\theta^2 - 4\theta_E^2}}, \quad (4.4)$$

où  $\theta_E$  est donné par la relation (2.35d).

La Fig. 4.1 illustre les intersections des courbes  $\Delta m(\Delta\theta)$  et de la FSA pour différentes valeurs de la masse de l'objet compact ( $z_l = 1, z_s = 2, H_o = 50 \text{ km/s/Mpc}$ ). Les mirages détectables doivent avoir une différence de magnitude entre leurs images inférieure à la FSA. Quatre conséquences découlent de la présence d'une FSA :

1. La résolution angulaire impose une limite *inférieure* sur la masse du déflecteur ( $\simeq 10^9 M_\odot$  pour la FSA en trait interrompu de la Fig. 4.1).
2. La limite supérieure sur la séparation angulaire admise entre les images ( $\Delta\theta = 3''$ ) fixe la borne supérieure de la masse du déflecteur au-delà de laquelle notre analyse n'est plus sensible ( $\simeq 10^{12} M_\odot$ ).
3. La dynamique instrumentale détermine la *complétude* de l'échantillon (la zone hachurée, associée à la section efficace finie, augmente avec la dynamique). Pour une dynamique instrumentale fixe, la zone hachurée s'étend avec la masse du déflecteur.
4. Si la FSA est décrite par une croissance linéaire de la dynamique en fonction de la séparation angulaire, suivie d'un palier au-delà d'une certaine valeur de  $\Delta\theta$ , il peut y avoir au maximum deux plages de séparations angulaires pour lesquelles les mirages sont détectables (voir Fig. 4.1, FSA en trait pointillé). Ces deux plages définissent 4 ordonnées  $\Delta m_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ), qui sont calculées par la méthode de Newton-Raphson.

Revenons-en au calcul de la section efficace effective, que l'on établit justement au moyen des  $\Delta m_i$ .

Les relations (4.3) et (2.40) permettent d'écrire l'amplification totale en fonction de la différence de magnitude entre les images :

$$A_{tot}(\Delta m) = \frac{10^{\frac{\Delta m}{2,5}} + 1}{10^{\frac{\Delta m}{2,5}} - 1}. \quad (4.5)$$

D'autre part, on obtient la position de la source  $y$  en fonction de  $A_{tot}$  en inversant la relation (2.40) :

$$y = \sqrt{\frac{2A_{tot}}{\sqrt{A_{tot}^2 - 1}}} - 2. \quad (4.6)$$

Un mirage est observable en accord avec la FSA si la source est désalignée d'une quantité  $y$  appartenant à l'intervalle  $[y_1, y_2]$  ou à l'intervalle  $[y_3, y_4]$ , où les  $y_i$  sont calculés par la relation

$$y_i = y(\Delta m_i) = \sqrt{10^{\frac{\Delta m_i}{2,5}} + 10^{-\frac{\Delta m_i}{2,5}}} - 2. \quad (4.7)$$

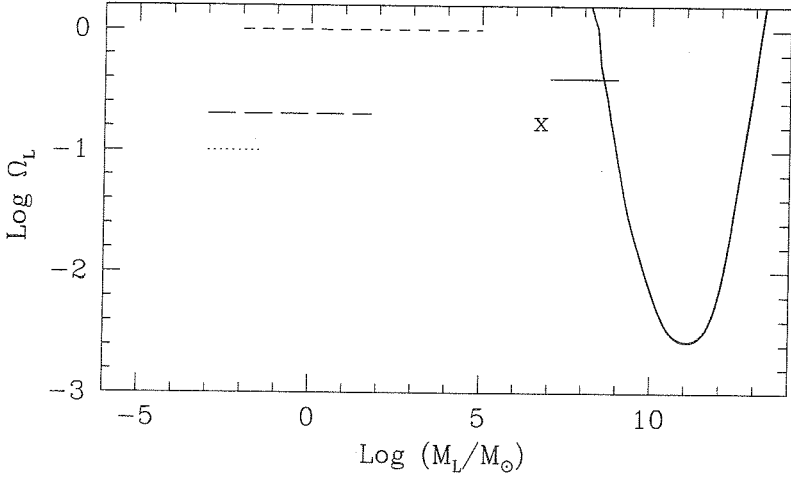


FIG. 4.2: Contrainte sur la densité cosmologique  $\Omega_L$  associée à des objets compacts de masse  $M_L$ . Trait continu gras : notre étude (99,7%); trait continu fin : Kassiola et al. 1991 (99,7%); trait interrompu court : Canizares 1982; trait pointillé : Schneider 1993 ( $\sim 97\%$ ); trait interrompu long : Dalcanton et al. 1994; X : Marani 1998 (90%).

L'équation (4.7) est obtenue en remplaçant  $A_{tot}$  par la relation (4.5) dans la formule (4.6).

La section efficace effective s'écrit dans le plan source au moyen de la relation (2.87b) :

$$\Sigma_{eff} = \frac{2\pi b_o^2(z)}{N_q(b_q)} \int_0^\infty N_q(b + 2, 5 \log A_{tot}(y)) y (\chi_{[y_1, y_2]} + \chi_{[y_3, y_4]}) dy, \quad (4.8)$$

où  $\chi$  est la fonction de Heaviside.

Après avoir remplacé  $N_q(b_q)$  et  $A_{tot}(y)$  par les relations (2.90) et (2.40), l'intégrale présente dans la formule (4.8) ne peut pas être obtenue analytiquement. D'autre part, l'intégration numérique est peu précise car l'intégrand diverge pour  $y \rightarrow 0$  et  $\alpha > 0,8$  (où  $\alpha$  est la pente de la fonction  $N_q(b_q)$ , voir éq. (2.90)). Afin de mener à bien le calcul de  $\Sigma_{eff}$ , nous avons employé le changement de variable  $y \rightarrow A_{tot}$  (éq. (4.6)), puis nous avons développé l'intégrand ( $= A_{tot}^{2,5\alpha} / (A_{tot}^2 - 1)^{3/2}$ , divergent pour  $A \rightarrow 1$ ) en 2 séries de Laurent tronquées à 10 termes (à l'aide du programme Mapple), l'une au voisinage de  $A = 1$  et l'autre au voisinage de  $A = \infty$ . L'erreur relative est inférieure à  $10^{-5}$  sur l'ensemble du domaine d'amplification. L'intégration analytique des développements en série est ensuite possible.

Une fois la section efficace effective connue, le calcul de la probabilité d'observation d'un mirage peut être poursuivi (éq. (4.2)).

### 4.1.3 Résultats et discussion

Le calcul de  $P_{LG,tot}$  (éq. (4.2)) pour chacun des 1164 HLQs de l'échantillon optique permet de déterminer une borne supérieure à la valeur de la densité cosmologique d'objets compacts,  $\Omega_L$ . Celle-ci est obtenue avec un degré de certitude de 99,7% en supposant que

le nombre véritable de mirage dans l'échantillon est 7,9 alors que l'on n'en observe qu'un (Q1208+1011, voir Section 4.1.1).

Sur la Fig. 4.2, la borne supérieure imposée à  $\Omega_L$  est représentée en fonction de la masse  $M_L$ . D'autres résultats publiés dans la littérature complètent le panorama. Nous décrivons et discutons maintenant l'intérêt de l'ensemble de ces résultats.

1. La contrainte que nous imposons sur  $\Omega_L$  dans le domaine de masse  $[10^{10} - 10^{12}] M_\odot$  est un ordre de grandeur plus forte que toutes les autres contraintes publiées actuellement, tous domaines de masse confondus. En effet, nous obtenons, avec un degré de certitude de 99,7% et dans le modèle cosmologique de Einstein - de Sitter que

$$\Omega_L < 0,01 \text{ pour } M_L \in [10^{9,9} - 10^{12,1}] M_\odot,$$

et la contrainte la plus forte vaut

$$\Omega_L < 0,0027 \text{ pour } M_L = 10^{11,1} M_\odot.$$

Faut-il s'étonner d'un tel résultat ? La réponse est non. D'une part, la technique observationnelle faisant appel à un vaste échantillon de HLQs imagés à haute résolution angulaire par les télescopes optiques les plus performants du monde est très efficace, car la signature d'images multiples est aisément détectable dans le domaine de masse considéré (voir aussi Fig. 1.1). D'autre part, ce domaine de masse est déjà occupé par les galaxies, qui sont des objets lumineux. Notre limite supérieure pour  $\Omega_L$  est environ un ordre de grandeur inférieure à la densité cosmologique associée aux galaxies ( $\Omega_{gal} > 0,1$ , voir l'article de revue par Dekel et al. 1997). Par conséquent, si les galaxies proviennent de la fragmentation d'objets sombres plus massifs, comme cela est prédit par le scénario d'évolution adiabatique des perturbations baryoniques ou par le modèle standard de "Hot Dark Matter" (HDM, par exemple Combes et al. 1991), une grande fraction des objets compacts est transformée en galaxies. Autrement dit, le processus de formation de ces galaxies est efficace. La masse initiale des objets au moment de la recombinaison (c'est-à-dire au moment où l'Univers devient transparent, vers  $z \sim 1000$ ) est d'environ  $10^{13} M_\odot$ . Notre analyse n'est donc malheureusement pas sensible à la présence de reliquats de tels objets à plus faible redshift ( $z < 4$ ). Notre résultat indique *a fortiori* qu'il ne peut exister une population importante de halos sombres n'abritant aucune galaxie, ce qui infirme l'une des prédictions du modèle "Cold Dark Matter" (CDM) selon laquelle l'abondance des halos galactiques serait supérieure à l'abondance des galaxies (Navarro et al. 1996).

Notons au passage que le choix d'un autre modèle cosmologique entraînerait une contrainte encore plus forte sur  $\Omega_L(M_L)$ , car le nombre attendu de mirages serait plus élevé que dans le modèle d'Einstein - de Sitter (voir aussi Section 4.2). D'autre part, si le déflecteur responsable des images multiples de Q1208+1012 venait à être découvert par le rayonnement qu'il émet, aucun mirage dans l'échantillon ne pourrait être produit par un objet sombre et compact. Cela signifierait que le nombre réel de tels mirages serait inférieur à 5,8 (avec 99,7% de certitude) et que la valeur maximale de  $\Omega_L$  serait 73,5% plus faible que celle établie ci-dessus (on aurait  $\Omega_L < 0,002$  pour  $M_L = 10^{11,1} M_\odot$ ). Nos estimations présentes sont donc très robustes.

2. Kassiola et al. (1991) exploitent les images de radio-sources compactes observées avec le VLBI (Very Large Baseline Interferometer) pour déduire que  $\Omega_L < 0,4$  dans le domaine de masse  $10^7 - 10^9 M_\odot$  (dans un Univers d'Einstein - de Sitter et avec un degré de certitude de 99,7%). Ils ne tiennent cependant pas compte du biais en amplification. Dans la mesure où les sources faibles sont plus nombreuses, ce dernier devrait renforcer la contrainte obtenue. Des observations radio avec le VLBA (Very Large Baseline Array) devraient permettre de descendre jusque  $10^5 M_\odot$ . L'ignorance de la fonction de luminosité des radio-sources, et par conséquent du biais en amplification, semble avoir inhibé les efforts dans cette direction. Le domaine de masse voisin de  $10^6 M_\odot$  est pourtant physiquement significatif, car il s'agit de la masse de Jeans au moment de la recombinaison dans le scénario de croissance isotherme des perturbations et dans les modèles CDM, où les grandes structures sont ensuite élaborées par assemblage d'éléments moins massifs (mode hiérarchique). Carr & Rees (1984) montrent que d'autres scénarii conduisent à la formation d'objets prégalactiques de masse  $\simeq 10^6 M_\odot$ .
  
3. Motivés par la recherche de tels déflecteurs compacts issus de la première génération d'objets prégalactiques, Nemiroff et al. (1993) et Marani (1998) tirent parti de manière originale des détections de sursauts gamma (Gamma-Ray Bursts, GRBs) faites à l'aide de l'expérience "Burst And Transient Source Experiment" à bord du satellite d'observation des rayons gamma, "Compton Gamma-Ray Observatory". En supposant l'origine des GRBs extra-galactique (ce qui semble de plus en plus confirmé aujourd'hui, voir par exemple Piran 1998), les auteurs exploitent la propriété de délai temporel entre les variations successives de deux images-mirages lorsque la source subit un changement d'éclat en recherchant des *échos* parmi les GRBs. Le domaine de masse analysable est corrélé à la résolution temporelle des mesures. Le redshift des GRBs étant inconnu, l'incertitude sur la densité d'objets compacts est plus élevée. Aucun écho n'a été détecté. Marani (1998) en déduit que  $\Omega_L < 0,15$  pour  $M_L = 10^{6,5} M_\odot$  (avec un degré de certitude de 90%).
  
4. Le phénomène de microlentille a été exploité par Canizares (1982), par Dalcanton et al. (1994) et par Schneider (1993) pour contraindre la densité cosmologique d'objets compacts de masse inférieure à  $10^5 M_\odot$ . Canizares (1982) compare notamment aux prédictions théoriques les faibles variations au cours du temps des largeurs équivalentes des raies en émission d'un ensemble de quasars. Il trouve  $\Omega_L < 1$  pour  $M_L \in [10^{-2} - 10^5] M_\odot$  si la région d'émission du continu du QSO est inférieure à 0,001 pc. Dalcanton et al. (1994) exploitent également l'influence du phénomène de microlentille sur la largeur équivalente des raies en émission présentes dans le spectre des quasars. L'absence d'augmentation du nombre de quasars avec des raies en émission à faible largeur équivalente en fonction du redshift implique  $\Omega_L < 0,2$  dans le domaine  $[10^{-3} - 10^{1,78}] M_\odot$ . Quant à Schneider (1993), il contraint  $\Omega_L < 0,1$  pour  $10^{-3} < M_L/M_\odot < 10^{-1,5}$  à partir de la variabilité statistique des quasars dans un échantillon. Ces deux résultats tendent à éliminer l'existence d'une population de trous noirs stellaires ou d'étoiles naines capable d'arrêter l'expansion de l'Univers.

## 4.2 Contraintes sur les galaxies et la constante cosmologique

### 4.2.1 Introduction

Le but de ce sous-chapitre est, en supposant que les images multiples de quasars avec des faibles séparations angulaires ( $\Delta\theta < 3''$ ) sont produites par des galaxies massives “normales” isolées, de déterminer ou de contraindre statistiquement les valeurs de certains paramètres astrophysiques liés à ces galaxies et celles des paramètres cosmologiques, en exploitant au maximum l’ensemble des informations connues sur chaque mirage individuel. Ces informations sont constituées par le nombre total de mirages gravitationnels dans un échantillon de quasars, la proportion de mirages avec 2, 3 ou 4 images, la séparation angulaire entre les images, et le redshift ou la magnitude de la lentille si elle est détectée (la non détection est aussi une information). On pourrait aussi ajouter la magnitude et le redshift du quasar, mais ces informations ne sont pas pertinentes, étant donné qu’elles servent de critères pour sélectionner un échantillon de quasars très lumineux (HLQs, voir Chapitre 3).

Pour atteindre cet objectif, trois outils sont nécessaires :

1. un vaste échantillon de HLQs et des connaissances astrométriques et photométriques précises sur les mirages découverts ;
2. un modèle de lentille gravitationnelle qui puisse rendre compte des différents grandeurs observables ;
3. une méthode statistique qui permette d’exploiter l’ensemble de l’information disponible pour en déduire des contraintes sur les paramètres présents dans la description du phénomène.

La définition et les propriétés des échantillons optiques retenus pour cette étude sont traitées au Chapitre 3, Section 3.2. Le modèle de lentille elliptique isotherme singulière (EIS) décrit au Chapitre 2 (Section 2.2.5) peut rendre compte de la position et du nombre de composantes de toutes les images multiples de sources ponctuelles<sup>1</sup>. L’ajustement de ce modèle permet d’extraire une information physique sur le déflecteur et remplit la condition n° 2 ci-dessus. Quant au 3<sup>ème</sup> outil, il est incarné par le principe du *maximum de vraisemblance*. Ce dernier consiste à trouver les paramètres du modèle pour lesquels la probabilité d’obtenir l’ensemble des observations est maximale (voir Section 4.2.5). Ce raisonnement *a posteriori* fait appel aux expressions des différentes probabilités d’observation d’un mirage qui ont été introduites au Chapitre 2 et qui seront explicitées à la Section 4.2.3.

Enfin, nos estimations se font sous le couvert des hypothèses que la population des galaxies est spatialement uniforme (en coordonnées comobiles) et que ses propriétés ne se modifient pas en fonction du redshift. Toutefois, l’évolution stellaire est considérée, par l’intermédiaire de corrections-K appropriées.

Ce travail généralise les études préalables réalisées par Surdej et al. (1993a) et Kochanek (1993b). L’emploi de toutes les données actuellement disponibles au sujet des lentilles individuelles renforce les conclusions obtenues par Claeskens et al. (1996b) et Kochanek (1996b).

---

<sup>1</sup>Le modèle EIS n’est pas nécessairement le meilleur modèle pour représenter une lentille particulière ; plutôt que d’une modélisation *ad hoc* pour chaque mirage, nous avons besoin d’un modèle qui décrive correctement en moyenne les propriétés génériques de tous les mirages.



Wallington & Narayan (1993) ont focalisé leur étude statistique sur la contrainte du noyau de cœur des galaxies ( $b_c < 200$  pc) à partir du constat observationnel que les mirages comportent un nombre pair d'images. Leur résultat justifie l'utilisation d'un modèle singulier pour décrire les défecteurs.

La Section 4.2.2 est consacrée à l'ajustement du modèle EIS à l'ensemble des mirages gravitationnels retenus dans nos échantillons ; la Section 4.2.3 est réservée à une description de la méthodologie suivie pour calculer les différentes probabilités au sein du modèle EIS ; à la Section 4.2.4, une étude de sensibilité de nos prédictions vis-à-vis de chacun des paramètres est réalisée dans le but de déterminer ceux qui sont susceptibles d'être contraints ; la Section 4.2.5 introduit l'outil statistique du maximum de vraisemblance et définit exactement les échantillons au sein desquels la méthode est appliquée ; enfin, les résultats sont présentés à la Section 4.2.6 et une étude de la validité du modèle est réalisée à la Section 4.2.7.

## 4.2.2 Ajustement du modèle EIS aux mirages observés

### Note préliminaire

Le modèle EIS est présenté à la Section 2.2.5. Il contient 5 paramètres : le facteur d'échelle angulaire  $\theta_E = b_o/D_{OD}$ , l'ellipticité  $\epsilon$ , l'orientation  $\vartheta$  des axes principaux sur le plan du ciel et la position angulaire de la source,  $(\theta_{s1}, \theta_{s2}) = \theta_E(y_1, y_2)$ . L'origine du système d'axes est fixée sur la composante ponctuelle du système dont la position absolue est déterminée avec la meilleure précision. Le nombre de contraintes offertes par l'observation des positions et des flux relatifs de  $N$  images s'élève à  $3N - 1$  si la galaxie est détectée et à  $3(N - 1)$  sinon. Si  $N = 2$  et si la galaxie n'est pas détectée, le modèle EIS ne peut pas être ajusté (cas de Q1208+1011), tandis que pour  $N = 4$ , il est possible d'ajuster le modèle sans tenir compte des flux relatifs.

Rappelons que les rapports de flux sont censés informer sur les amplifications relatives entre les images. Le phénomène de microlentille, le rougissement différentiel, la lumière parasite en provenance de la galaxie-lentille et la présence d'un délai temporel sont des sources de pollution qui affectent les macroamplifications mesurées. La contamination est minimisée dans le domaine radio. La reproduction des flux observés constitue une pierre d'achoppement pour les modèles de lentille car les amplifications ne dépendent que des dérivées secondes du potentiel gravifique du défecteur. Le modèle EIS ne fait pas exception. Lorsque  $N = 4$ , la prise en compte des rapports de flux dégrade la précision de l'ajustement des positions spatiales des images, aussi les négligerons-nous. Nous réitérons ici que le modèle EIS est adopté non pas pour sa capacité à reproduire exactement un mirage particulier, mais plutôt pour son aptitude à rendre compte des propriétés d'ensemble des mirages observés.

### Fonction d'erreur

Afin de déterminer les valeurs des paramètres pour lesquelles le modèle reproduit au mieux les observations, il est nécessaire de définir une fonction d'erreur,  $E$ , qui devra ensuite être minimisée en fonction des paramètres  $p$  au moyen d'une procédure numérique. Puisque l'équation de la lentille peut être résolue numériquement pour le modèle EIS, la fonction

d'erreur décrit dans le plan image la somme des écarts quadratiques entre les grandeurs observées et les grandeurs calculées (Kormann et al. 1994b) :

$$E^2(p) = \sum_{i=1}^{N-1} \left[ \left( \frac{\theta_{i1}^{obs} - \theta_{i1}(p)}{\sigma_{\theta_{i1}}^{obs}} \right)^2 + \left( \frac{\theta_{i2}^{obs} - \theta_{i2}(p)}{\sigma_{\theta_{i2}}^{obs}} \right)^2 + \omega_i \left( \frac{A_i^{obs} - A_i(p)}{\sigma_{A_i}^{obs}} \right)^2 \right] + \left( \frac{\theta_{G1}^{obs} - \theta_{G1}(p)}{\sigma_{\theta_{G1}}^{obs}} \right)^2 + \left( \frac{\theta_{G2}^{obs} - \theta_{G2}(p)}{\sigma_{\theta_{G2}}^{obs}} \right)^2, \quad (4.9)$$

où les  $\omega_i$  sont les poids selon lesquels interviennent les rapports de flux  $A_i$  dans la minimisation ; les  $\theta_G$  sont les coordonnées angulaires de la galaxie-lentille par rapport à la composante ponctuelle de référence.

### Méthode numérique et calcul des erreurs sur les paramètres

Nous avons adopté pour minimiser la fonction  $E^2$  la méthode intitulée “*Downhill Simplex Method*” (Press et al. 1990). Il ne s'agit pas de l'algorithme le plus efficace, mais le plus simple à mettre en œuvre. La résolution numérique de l'équation de la lentille est rapide et le nombre d'itérations nécessaires à la convergence n'est pas une limitation.

Les erreurs sur les paramètres sont estimées à partir de la dispersion des résultats obtenus après la minimisation de 100 observations synthétiques. Afin d'englober les erreurs systématiques dues à la non adéquation du modèle EIS (pour  $N=4$ ), les observations simulées sont générées à l'aide de distributions gaussiennes, centrées sur les positions et les amplifications calculées au minimum de  $E^2$ , et dont les écart-types sont fournis par les écarts absolus entre les valeurs calculées et les valeurs observées : par exemple, pour la composante 1 de l'image  $i$ ,  $\langle \theta_{i1} \rangle = \theta_{i1}$  et  $\sigma_{\theta_{i1}} = |\theta_{i1} - \theta_{i1}^{obs}|$ . Lorsque  $N=2$ , le modèle est totalement contraint et donc  $\langle \theta_{i1} \rangle = \theta_{i1}^{obs}$  et  $\sigma_{\theta_{i1}} = \sigma_{\theta_{i1}^{obs}}$ . Des tests montrent que l'écart-type estimé de la sorte pour un paramètre est comparable à celui défini par  $(E^2 - E_{min}^2) = 1$ , où  $E_{min}$  est la valeur de la fonction d'erreur après minimisation sur les  $p - 1$  paramètres restants.

### Résultats

La Table 4.1 présente les paramètres du modèle EIS (ou, à défaut SIS) obtenus par minimisation de  $E^2$ , à partir des données des mirages découverts dans les différents échantillons et décrits dans les Tables 3.2-3.5 du Chapitre 3. La dernière colonne de la Table 4.1 donne  $E^2/d.d.l.$ , où *d.d.l.* signifie “degré de liberté” et vaut le nombre de contraintes moins le nombre de paramètres. Les valeurs élevées de  $E^2/d.d.l.$  trahissent la non adéquation du modèle EIS aux observations, étant donnée la très haute précision astrométrique de celles-ci.

Les Figs. 4.3-4.6 illustrent, pour chaque mirage, les positions des images par rapport à la ligne critique et celle de la source par rapport à la caustique (voir Chapitre 2 pour leur définition). On note que les écarts entre les positions calculées avec le modèle EIS ajusté et les positions observées restent très faibles en comparaison des séparations angulaires des images.

Il est frappant de constater sur les Figs. 4.3-4.6 la propension de la source à se trouver près de la caustique, spécialement lorsque les mirages sont constitués de 4 images. C'est là une conséquence du biais en amplification.

TAB. 4.1: Résultats de l'ajustement du modèle EIS ou SIS aux images multiples de quasars présentées aux Tables 3.2-3.5. Le modèle SIS est utilisé pour les mirages à 2 images dont la galaxie-lentille est restée non détectée ou pour les anneaux. Les erreurs sont calculées au moyen de simulations Monte-Carlo (voir texte).  $\epsilon$  est l'ellipticité,  $\vartheta$  l'orientation de l'ellipsoïde (du Nord vers l'Est) et  $\theta_{s1,2}$  les coordonnées de la source. La dernière colonne présente  $E^2/d.d.l.$  où  $d.d.l.$  est le nombre de degrés de liberté (voir texte).

Mirages	$\theta_E(^{\circ})$	$\epsilon$	$\vartheta$	$\theta_{s1}(^{\circ})$	$\theta_{s2}(^{\circ})$	$E^2/d.d.l.$
UM673	1,150 ± 0,030	0,12 ± 0,04	74 ± 13	+0,721 ± 0,006	+0,146 ± 0,013	0
LBQS1009-0252	0,780 ± 0,010	0,04 ± 0,02	49 ± 17	-0,206 ± 0,006	+0,404 ± 0,006	0
J03.13	0,446 ± 0,005	0,13 ± 0,02	91 ± 2	-0,159 ± 0,005	-0,005 ± 0,003	0
HE1104-1805	1,520 ± 0,002	0,192 ± 0,004	21,3 ± 0,3	-0,460 ± 0,005	-0,200 ± 0,002	0
PG1115+080	1,199 ± 0,012	0,34 ± 0,05	65,8 ± 0,2	-0,049 ± 0,026	+0,247 ± 0,032	$\frac{213}{3}$
Q1208+1011	0,240 ± 0,003	-	-	-	-	3
H1413+117	0,636 ± 0,007	0,32 ± 0,02	21 ± 1	+0,027 ± 0,004	-0,038 ± 0,008	79
BR10952-0.0115	0,519 ± 0,002	0,099 ± 0,003	68 ± 1	-0,109 ± 0,003	+0,091 ± 0,003	1
SBS 1520+530	0,780 ± 0,010	0,20 ± 0,01	179,4 ± 0,9	+0,346 ± 0,005	+0,179 ± 0,003	0
HE2149-2745	0,859 ± 0,002	0,016 ± 0,003	-27,3 ± 0,7	+0,015 ± 0,003	+0,027 ± 0,004	0
B0218+356	0,185 ± 0,004	0,20 ± 0,03	101 ± 4	+0,050 ± 0,004	-0,006 ± 0,004	0
MG0414+0534	1,196 ± 0,060	0,24 ± 0,09	78,9 ± 0,6	-0,193 ± 0,085	+0,112 ± 0,064	$\frac{0,6}{3}$
B1030+074	0,850 ± 0,010	0,21 ± 0,03	115 ± 3	+0,494 ± 0,009	+0,308 ± 0,013	0
B1422+231	0,783 ± 0,006	0,45 ± 0,01	-53,2 ± 0,6	+0,308 ± 0,010	+0,198 ± 0,010	$\frac{0,0}{3}$
B1938+666	0,460	-	-	-	-	0
B0712+472	0,700 ± 0,010	0,21 ± 0,03	49,2 ± 0,7	+0,088 ± 0,011	-0,106 ± 0,014	$\frac{21}{3}$
MG1131+0456	1,010 ± 0,040	0,10 ± 0,02	22 ± 6	-0,318 ± 0,029	-0,222 ± 0,020	0
MG1549+3047	1,150	0,07	48	-	-	0
B1600+434	0,710 ± 0,060	0,47 ± 0,22	41 ± 8	+0,201 ± 0,058	+0,306 ± 0,080	0
B1608+656	1,150 ± 0,020	0,34 ± 0,01	70,4 ± 0,5	-0,282 ± 0,018	+0,027 ± 0,008	$\frac{276}{3}$
MG1654+1346	1,150	-	-	-	-	3

Remarques concernant la Table 4.1 :

- 1) Pour H1413+117, la position attendue de la lentille est :  $(-0,18;0,57)'' \pm (0,01;0,01)''$  par rapport à la composante A. Elle est assez comparable à la position  $(-0,12;0,50)'' \pm 0,04''$  publiées par Kneib et al. (1998).
- 2) MG1549+3047 est l'image d'un lobe radio qui échappe à notre modélisation. Les valeurs rapportées proviennent de l'article de Lehar et al. (1993) et correspondent au potentiel elliptique non singulier de Blandford & Kochanek (1987).
- 3) MG1654+1346 est également l'image annulaire d'un lobe radio d'un quasar. Une modélisation complexe (Kochanek 1995) ne permet pas d'établir une correspondance avec la valeur des paramètres de notre modèle. Nous estimons uniquement que  $\theta_E \sim \Delta\theta/2$ .
- 4) Les observations HST de B1608+656 en bande H révèlent des composantes non ponctuelles ; une cinquième composante est visible : il s'agit peut-être d'un objet d'avant-plan.
- 5) La source de B1938+666 est multiple et une composante semble étendue. Cela explique les 6 images visibles en radio (King et al. 1997) et l'anneau en IR (King et al. 1998).

FIG. 4.3: Configuration des mirages gravitationnels présents dans l'échantillon optique (Table 3.2) et pour lesquels le modèle EIS peut être ajusté. À gauche : plan image avec les images et la ligne critique ; à droite : plan source avec la source, la caustique en forme de diamant et la "coupure" elliptique enfermant la zone de formation d'images multiples. Les symboles "x" correspondent aux positions calculées des images et les carrés aux positions observées. Les grandes croix marquent les positions calculées des lentilles et les petites les positions observées. Le Nord est en haut et l'Est à gauche des cartes.

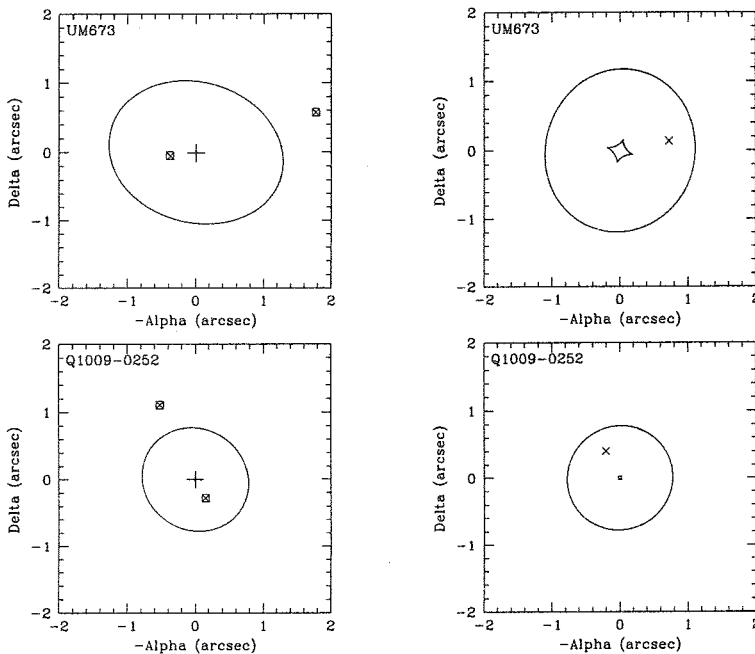


FIG. 4.3: (suite)

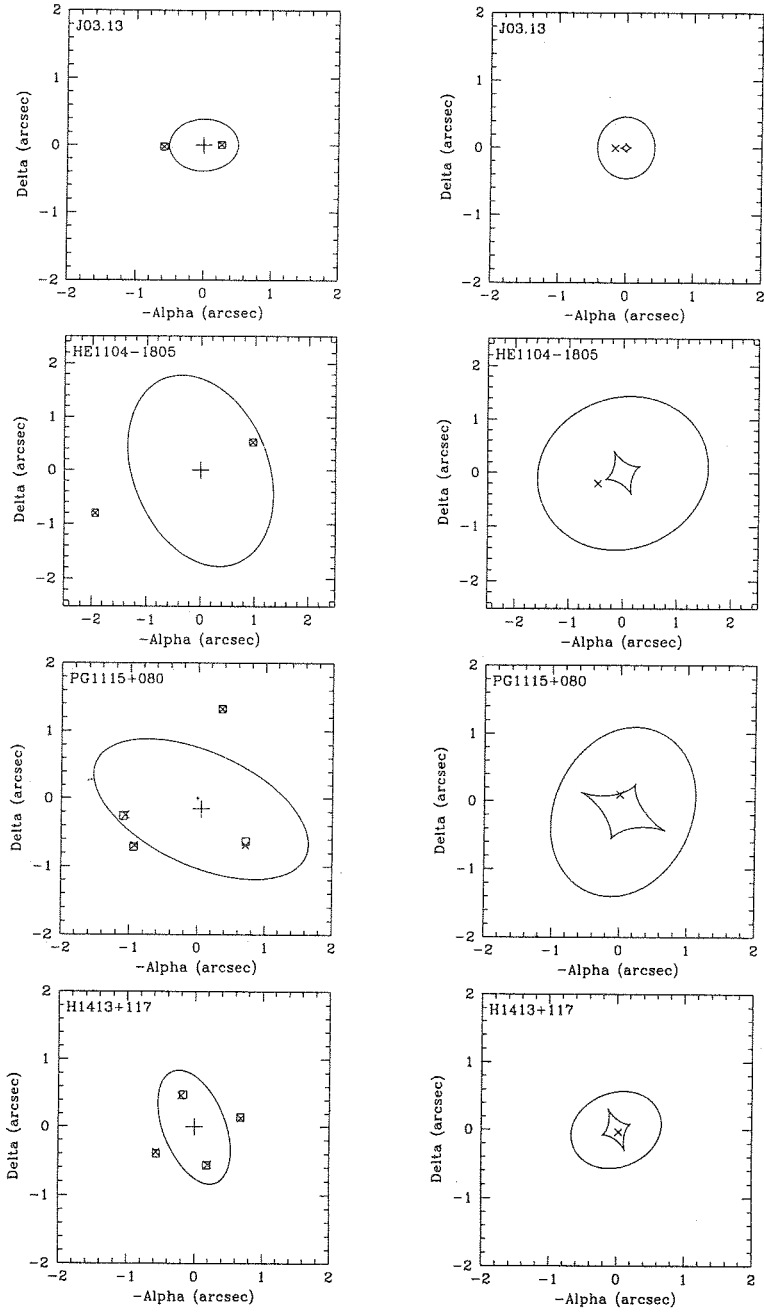


FIG. 4.4: Configuration des mirages gravitationnels présents dans l'échantillon de configuration de la Table 3.3. Voir légende Fig. 4.3.

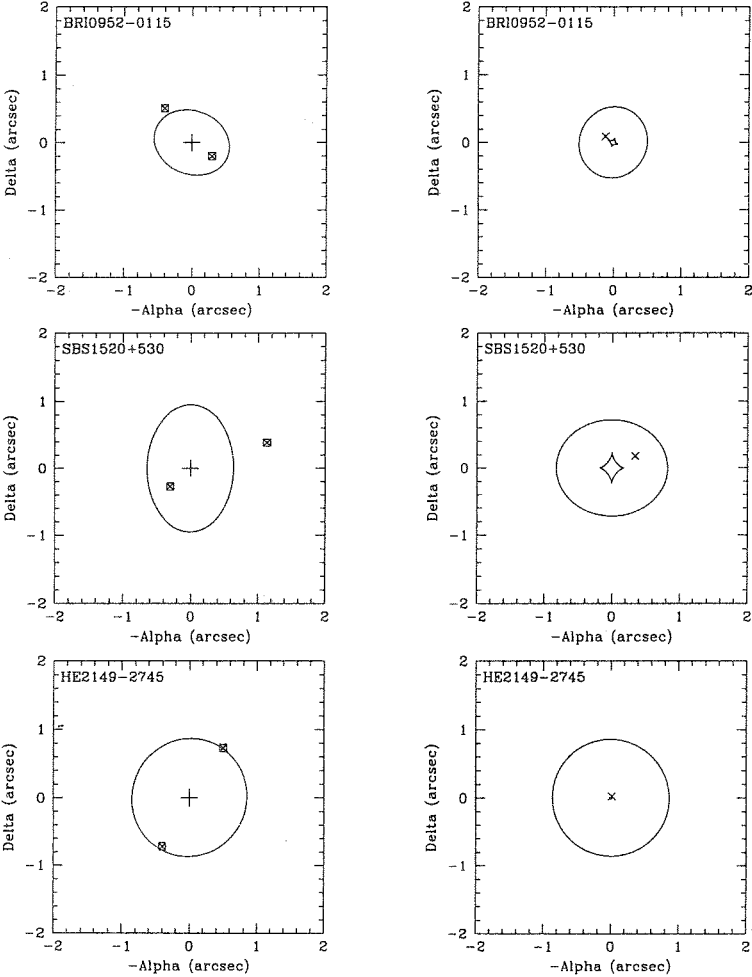


FIG. 4.5: Configuration des mirages gravitationnels présents dans l'échantillon de configuration radio de la Table 3.4, pour lesquels le modèle EIS peut être ajusté. Voir légende Fig. 4.3.

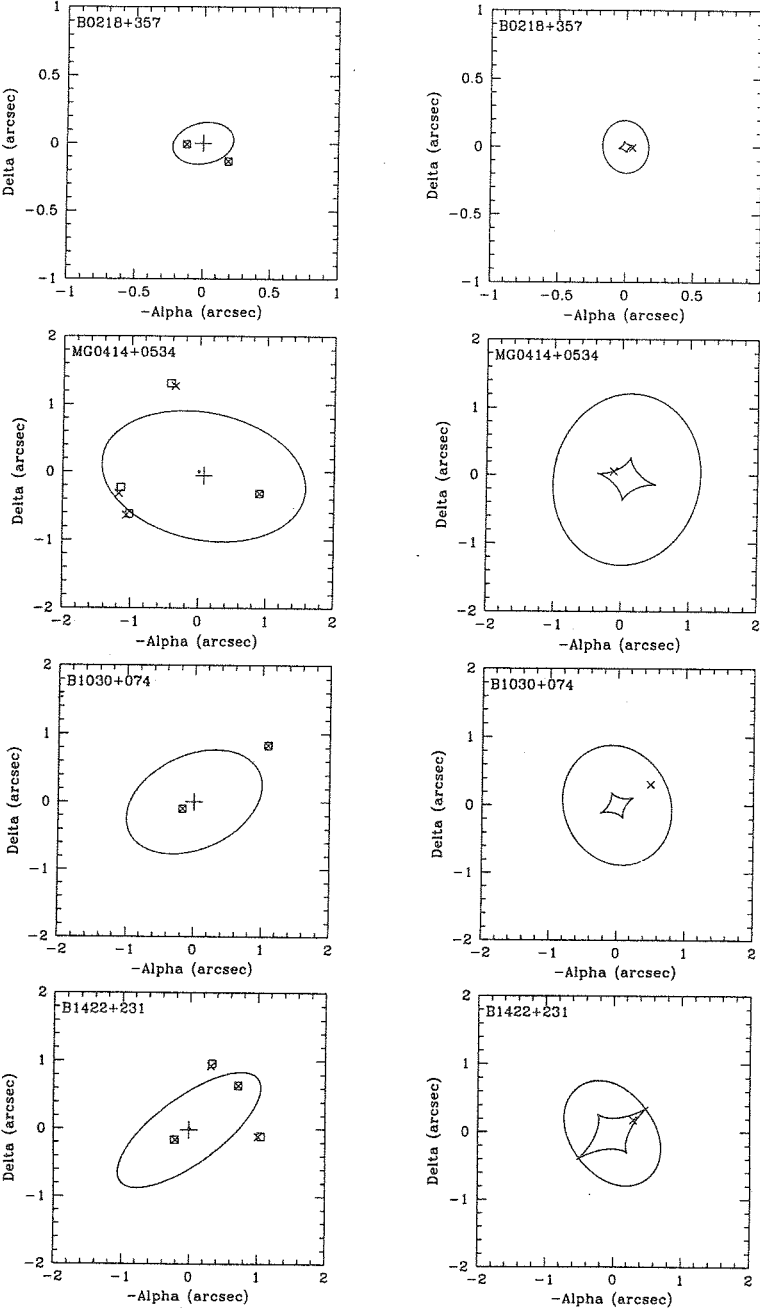
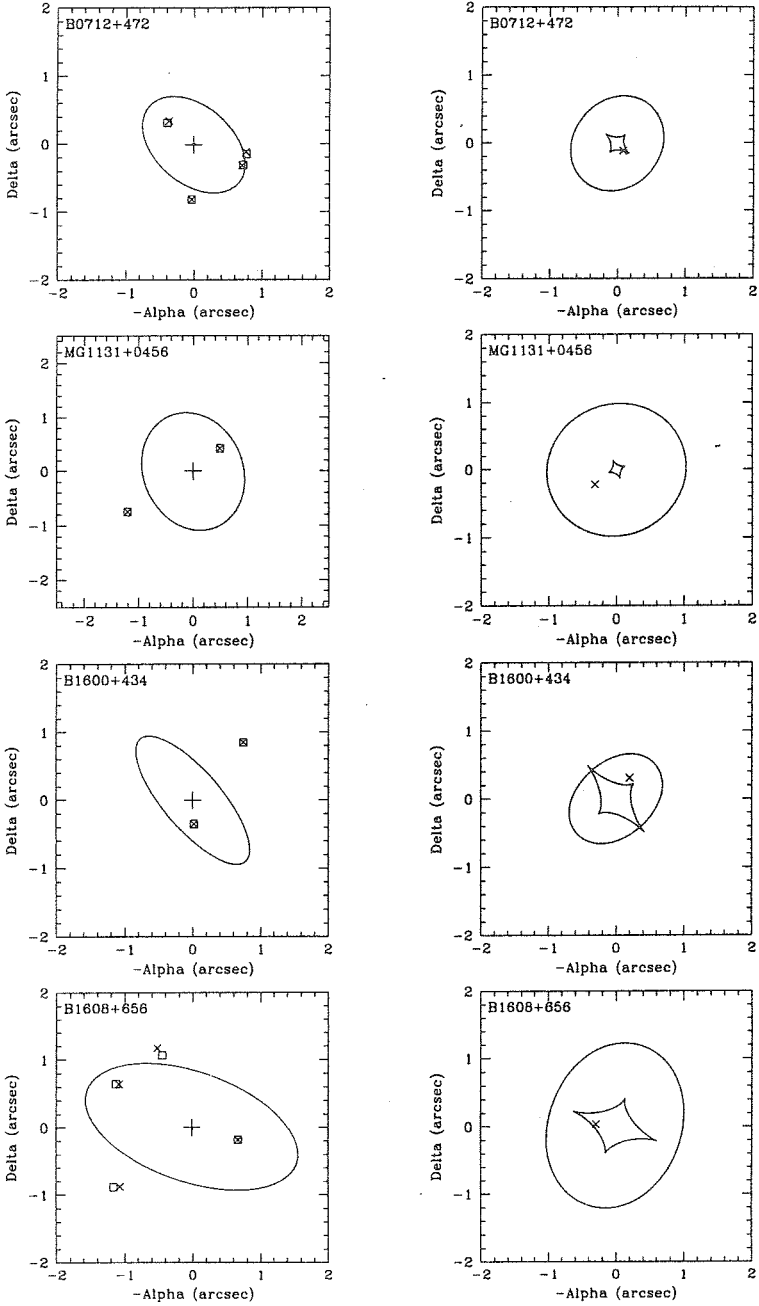


FIG. 4.6: Configuration des mirages gravitationnels présents dans l'échantillon de configuration radio de la Table 3.5, pour lesquels le modèle EIS peut être ajusté. Voir légende Fig. 4.3.





### 4.2.3 Probabilités au sein du modèle EIS : méthodologie

Le calcul de la probabilité d'observation d'un mirage,  $P_{LG,tot}$ , requiert la connaissance de la section efficace effective (voir par exemple éq. (2.97)). Cette dernière ne peut pas être estimée analytiquement au sein du modèle EIS, car le calcul de l'amplification totale impose la résolution numérique de l'équation de la lentille (éqs. (2.74a), (2.74b)). En outre, le calcul analytique des sections efficaces géométriques pour les mirages à 2, 3 ou 4 images en fonction de  $\epsilon$  n'est pas aisé, et la présence d'une fonction de sélection angulaire (FSA) le rend impossible (voir Section 2.2.5 pour une introduction aux propriétés analytiques du modèle EIS et Sections 2.3.2 et 3.3.6 pour les FSAs).

D'autre part, pour des valeurs précises des paramètres du modèle, le calcul de la probabilité doit être exécuté pour chacun des 1555 QSOs de l'échantillon et plusieurs centaines de valeurs différentes des paramètres sont choisies successivement afin de dresser des cartes de vraisemblance. Il est donc crucial de développer un algorithme stable et efficace.

Dans ce but, nous avons brisé le long calcul de la section efficace effective en 3 blocs élémentaires, dépendant chacun de 3 paramètres au plus. Il s'agit de la section efficace géométrique  $\Sigma_{geom}$ , du biais en amplification "géométrique"  $Biais_{geom}$  (voir plus bas), et d'un facteur de correction  $FC$  qui tient compte des FSAs. Ces blocs sont calculés une seule fois, à l'aide de méthodes numériques, pour une grille fine des valeurs des paramètres et sont ensuite sauvegardés dans des fichiers, sous la forme de vecteurs ou de matrices. Les estimations locales de  $\Sigma_{eff}$  résultent alors simplement d'additions ou de multiplications entre les éléments adéquats de ces vecteurs et matrices<sup>2</sup>.

Nous explicitons brièvement la méthode de calcul de ces blocs individuels, en nous référant à l'expression de  $\Sigma_{eff}$  en fonction de la probabilité d'amplification (éq. (2.88)) :

$$\begin{aligned} \Sigma_{eff} &= \frac{\Sigma_{geom}}{N_q(b_q)} \int_1^\infty N_q(b_q + 2,5 \log A_{tot}) P_{obs}(A_{tot}) dA_{tot} \\ &\triangleq \Sigma_{geom} Biais \triangleq \Sigma_{geom} Biais_{geom} FC. \end{aligned} \quad (4.10)$$

#### 4.2.3.1 La section efficace géométrique

Dans le modèle EIS, la section efficace géométrique pour former 4 images,  $\Sigma_{geom,4}$ , correspond à la surface du plan source délimitée par la caustique en forme de diamant. La taille de cette surface dépend uniquement de l'ellipticité  $\epsilon$  du déflecteur, et du facteur d'échelle  $b_o^2$ , qui n'est autre que le carré du rayon d'Einstein du modèle SIS (éqs. (2.85a) et (2.72e)). Il en va de même pour les surfaces sur lesquelles sont formés des mirages à 2 ou 3 images (voir Section 2.2.5). Il n'existe pas d'expression analytique générale pour  $\Sigma_{geom,4,3,2}$  (Kormann et al. 1994a et Chapitre 2).

Nous avons estimé les sections efficaces géométriques  $\Sigma_{geom,4,3,2}$  en fonction de  $\epsilon$  ( $b_o = 1$ ), en générant des coordonnées aléatoires pour plus de 100 000 sources ponctuelles virtuelles dans une zone définie du plan source (simulations de type Monte-Carlo). Pour chaque simulation, on détermine le nombre d'image(s) engendrée(s), au moyen des équations de la

<sup>2</sup>Les intégrales sur le redshift et la luminosité des galaxies sont également réalisées sur des éléments de vecteur calculés une seule fois au début du programme ; ces éléments doivent toutefois être recalculés lorsque sont modifiés les paramètres du modèle cosmologique ou de la distribution des galaxies.

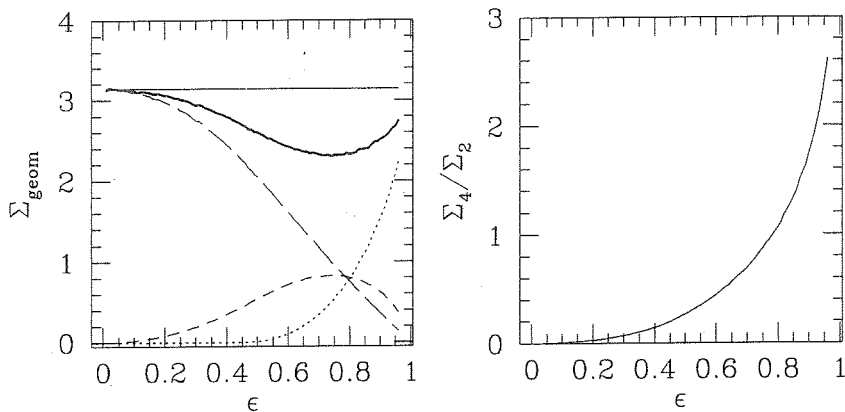


FIG. 4.7: i) À gauche : Sections efficaces géométriques du modèle EIS en fonction de l'ellipticité ( $b_o = 1$ ), pour 4 images (trait interrompu court), pour 3 images (trait pointillé), pour 2 images (trait interrompu long) et pour leur union (trait gras) ; la ligne horizontale illustre la section efficace du modèle SIS. ii) À droite : rapport des sections efficaces géométriques pour 4 et 2 images en fonction de l'ellipticité.

“coupure” et de la caustique (éqs. (2.78), (2.79)). La fraction des simulations pour lesquelles  $N$  images sont enregistrées fournit  $\Sigma_{geom,N}$ .

La Fig. 4.7 montre les sections efficaces géométriques relatives à chaque multiplicité d'image pour  $b_o = 1$ . La section efficace du modèle SIS est obtenue pour  $\epsilon \rightarrow 0$  et vaut  $\pi$ . Signalons que :

1. La section efficace *totale* est inférieure à la section efficace du modèle SIS.
2. Les mirages à 3 images apparaissent si  $\epsilon \gtrsim 0,4345$ , et deviennent dominants lorsque  $\epsilon \rightarrow 1$  (existence de “naked cusps”).
3. Le rapport entre  $\Sigma_{geom,4}$  et  $\Sigma_{geom,2}$  augmente avec  $\epsilon$ . On entrevoit déjà ici la possibilité de déterminer statistiquement  $\epsilon$  à partir du rapport observé entre le nombre de mirages à 4 images et le nombre de mirages à 2 images dans un échantillon complet de lentilles.

#### 4.2.3.2 Le biais en amplification “géométrique” et le facteur de correction

Le biais en amplification tel qu'il a été introduit jusqu'à maintenant dépend directement de la magnitude bleue  $b_q$  des quasars sélectionnés et de la probabilité d'amplification (voir formule (4.10)). À son tour, le profil de la probabilité d'amplification  $P(A_{tot})$  est fonction du nombre d'images  $N$  et de l'ellipticité  $\epsilon$  ; en outre, il dépend de la FSA. Celle-ci n'étant en général pas constante en fonction de  $\Delta\theta$  (la séparation angulaire entre les images-mirages), le profil observé de  $P(A_{tot})$  dépendra aussi de  $\Delta\theta$ , ou plus exactement du paramètre  $\theta_E/\text{FWHM}$ , où FWHM caractérise le seeing régnant lors de l'observation. Pour chaque multiplicité d'images, le biais est donc fonction de 4 paramètres ! Afin de réduire le volume des calculs, nous avons, pour chaque multiplicité des images, factorisé le biais en 2 termes : i) un facteur appelé biais (en amplification) “géométrique”, calculé en l'absence

de la FSA ; il ne dépend que de  $b_q$  et de  $\epsilon$  ; ii) le “facteur de correction”  $FC_{nN}$ , qui contient l’influence de la FSA et de  $\theta_E/FWHM$  sur la multiplicité observée  $n$  des images, étant donné leur multiplicité intrinsèque  $N$  ( $n \leq N$ )<sup>3</sup> ;  $FC_{nN}$  est indépendant de  $b_q$  et ne varie que faiblement en fonction de  $\epsilon$  si  $\epsilon < 0,4$ , ce qui autorise un échantillonnage plus lâche. On a donc :

$$Biais_{geom,N}(b_q, \epsilon) = \frac{1}{N_q(b_q)} \int_1^\infty N_q(b_q + 2, 5 \log A_{tot}) P_{geom,N}(A_{tot}, \epsilon) dA_{tot}, \quad (4.11a)$$

$$Biais_{nN}(b_q, \epsilon, FSA, \frac{\theta_E}{FWHM}) = \frac{1}{N_q(b_q)} \int_1^\infty N_q(b_q + 2, 5 \log A_{tot}) P_{nN}(A_{tot}, \epsilon, FSA, \frac{\theta_E}{FWHM}) dA_{tot}, \quad (4.11b)$$

$$FC_{nN}(\epsilon, FSA, \frac{\theta_E}{FWHM}) = \frac{Biais_{nN}(b_q, \epsilon, FSA, \frac{\theta_E}{FWHM})}{Biais_{geom,N}(b_q, \epsilon)}. \quad (4.11c)$$

Les probabilités d’amplification  $P_{geom,N}(A_{tot}, \epsilon)$  et  $P_{nN}(A_{tot}, \epsilon, FSA, \frac{\theta_E}{FWHM})$  sont également calculées de façon numérique, à l’aide de simulations Monte-Carlo. Le principe est le suivant. La FSA,  $\epsilon$  et  $\frac{\theta_E}{FWHM}$  sont fixés. Pour chaque position aléatoire de la source conduisant à une multiplicité d’images  $N$ , les positions des  $N$  images sont calculées en résolvant l’équation de la lentille (voir Section 2.2.5), et les amplifications individuelles sont ensuite déterminées. Au moyen de la FSA choisie, on vérifie que la configuration simulée entraîne  $n$  images observables en comparant le rapport des amplifications à la dynamique instrumentale  $\Delta m(\theta_{ij})$ , où  $\theta_{ij}$  est la séparation angulaire entre les images  $i$  et  $j$  (voir Fig. 3.2). On attribue à l’amplification totale la somme des modules des amplifications des images individuelles si la configuration est observable, et zéro dans le cas contraire (*toutes* les configurations sont observables pour le calcul de  $P_{geom,N}$ ). Après 10 000 simulations<sup>4</sup> de configurations à  $N$  images, les amplifications totales sont rangées par ordre croissant. La probabilité cumulée s’obtient simplement en fonction du numéro d’ordre  $k$  :

$$P_{nN}(\geq A_{tot}(k)) = 1 - \frac{k-1}{10\,000}. \quad (4.12)$$

La probabilité cumulée est ensuite rééchantillonnée sur une grille logarithmique régulière d’amplification, et la distribution des amplifications est obtenue par la relation

$$P_{nN}(A_{tot,i}) = \frac{P_{nN}(\geq A_{tot}(i-1)) - P_{nN}(\geq A_{tot}(i))}{A_{tot}(i) - A_{tot}(i-1)}, \quad (4.13)$$

<sup>3</sup>Par exemple, le quasar multiple PG1115+080, constitué de 4 images, est apparu initialement sous la forme d’un mirage à 3 images car la FSA ne permettait pas de distinguer 2 images angulairement très rapprochées.

<sup>4</sup>La répétition de 100 groupes de 10 000 simulations montre que l’erreur relative sur le biais en amplification est au maximum de 3% (pour  $b_q \geq 16$ ).

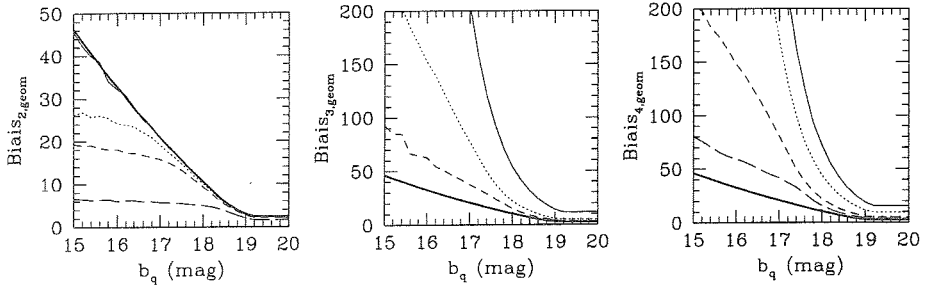


FIG. 4.8: Biais en amplification “géométrique” en fonction de la magnitude bleue  $b_q$  pour différentes valeurs de  $\epsilon$ . Le biais de référence associé au modèle SIS est représenté en gras. À gauche : biais pour les mirages à 2 images, pour  $\epsilon = 0,01$  (trait continu),  $0,1$  (trait pointillé),  $0,2$  (trait interrompu court) et  $0,5$  (trait interrompu long). Au centre : biais pour les mirages à 3 images, pour  $\epsilon = 0,5$  (trait continu),  $0,7$  (trait pointillé) et  $0,9$  (trait interrompu). À droite : biais pour les mirages à 4 images, pour  $\epsilon = 0,1$  (trait continu),  $0,2$  (trait pointillé),  $0,5$  (trait interrompu court) et  $0,7$  (trait interrompu long).

où  $A_{tot,i} = (A_{tot}(i-1) + A_{tot}(i))/2$ . Puisqu’on a posé  $A_{tot} = 0$  pour les configurations inobservables et que  $1 < A_{tot} < \infty$  pour les autres, on a la relation de normalisation :

$$\int_1^\infty P_{nN}(A_{tot}) dA_{tot} = \frac{\Sigma_{FSA,nN}}{\Sigma_{geom,N}}, \quad (4.14)$$

qui est identique à la relation (2.89).

La Fig. 4.8 illustre les comportements du biais en amplification “géométrique” en fonction de la magnitude bleue du quasar, pour les 3 multiplicités d’images, et pour différentes valeurs de l’ellipticité  $\epsilon$ . Le biais analytique valable dans le cadre du modèle SIS est donné par les traits en gras ; il correspond aux mirages à 2 images, lorsque  $\epsilon \rightarrow 0$ . On remarque i) que le biais associé aux mirages à 3 ou 4 images est nettement plus important que le biais associé aux mirages à 2 images ; ii) que le biais augmente lorsque l’ellipticité diminue ( $\epsilon > 0,4345$  pour avoir 3 images) ; iii) que le biais augmente si la magnitude décroît. Les deux premiers comportements s’expliquent par la présence des caustiques à plus grande proximité des images ; la dernière caractéristique nous est familière et résulte du coude dans la distribution en fonction de la magnitude du nombre de quasars par degré carré sur le ciel.

#### 4.2.3.3 Comparaison des sections efficaces effectives

La section efficace effective est spécifique à la multiplicité *observée*  $n$  des images. En généralisant la formule (4.10), on peut écrire :

$$\Sigma_{eff,n}(b_q, \epsilon, FSA, \frac{\theta_E}{FWHM}) = b_q^2 \sum_{i=n}^N \Sigma_{geom,i}(\epsilon) \text{Biais}_{geom,i}(b_q, \epsilon) FC_{ni}(\epsilon, FSA, \frac{\theta_E}{FWHM}). \quad (4.15)$$

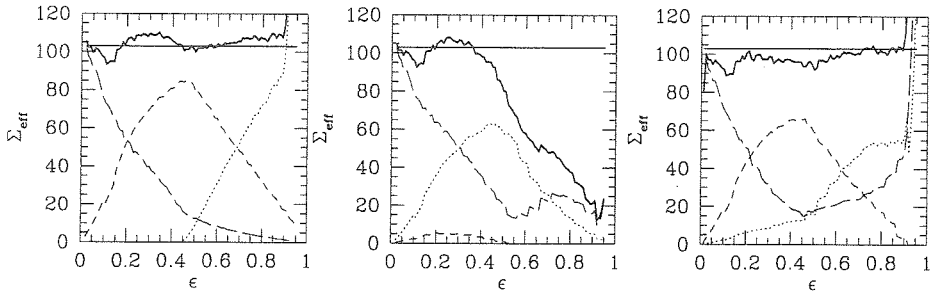


FIG. 4.9: Sections efficaces effectives en fonction de  $\epsilon$  pour le modèle EIS, pour 2 images (traits interrompus longs), 3 images (traits pointillés), 4 images (traits interrompus courts) et totale (traits gras). À gauche : sans FSA ; au centre : avec la FSA typique des observations au sol ; à droite : avec la FSA du HST. Les traits horizontaux indiquent la section efficace effective du modèle SIS.  $b_q = 16$ ,  $\theta_E/\text{FWHM} = 0,4$ .

Une analyse comparative et qualitative des sections efficaces effectives peut être menée à partir de la Fig. 4.9 :

1. En l'absence de FSA (graphique de gauche), la section effective totale du modèle EIS est constante en fonction de  $\epsilon$  et est comparable à celle du modèle SIS. Cela signifie que le modèle SIS conduit aux mêmes prédictions statistiques que le modèle EIS, en ce qui concerne le nombre *total* de lentilles gravitationnelles dans un échantillon de quasars.
2. Toujours en l'absence de FSA, le nombre attendu de mirages à 2 images décroît continûment avec  $\epsilon$ . Le nombre de mirages à 4 images augmente avec  $\epsilon$  et est maximum pour  $\epsilon \simeq 0,434$ , puis diminue au profit des mirages à 3 images.
3. Le graphique du centre montre l'effet de la perte de résolution angulaire due à la FSA (et causée par la turbulence atmosphérique). Une très grande fraction des mirages à 4 images est convertie en mirages à 3 images. Elle correspond aux mirages dont 2 images se trouvent très près de la ligne critique ; ces images sont alors très amplifiées, ce qui biaise favorablement leur découverte (cas de PG1115+080). Les mirages restants avec 4 images sont symétriques (par exemple H1413+117). La section effective totale décroît pour les ellipticités élevées, et des mirages à 3 images apparaissent comme des mirages à 2 images.
4. Le graphique de droite illustre en dominante la perte de dynamique provoquée par la FSA (cas des observations réalisées avec le HST avant COSTAR). La section efficace totale est maintenue constante, mais à environ 90% de sa valeur intrinsèque. Le nombre de mirages avec 4 images est mieux respecté, tandis que pour des ellipticités importantes, on s'attend à observer plus d'images doubles, dont une est le résultat de la fusion de deux images fortement amplifiées.
5. Les divergences observées pour  $\epsilon \rightarrow 1$  sont des artéfacts numériques liés à la dégénérescence du déflecteur et des caustiques, qui deviennent infiniment longs et étroits. Cette limite du modèle ne correspond heureusement à aucune galaxie réaliste.

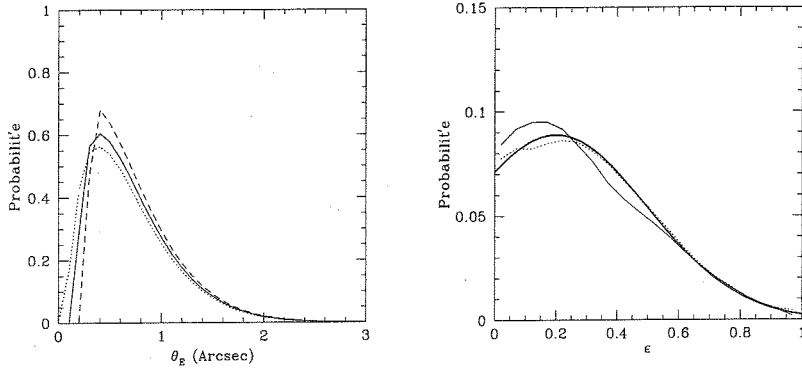


FIG. 4.10: À gauche : distributions des probabilités de configuration angulaire pour des observations au sol, avec et sans soustraction de PSF (traits continu et interrompu, respectivement) et avec le HST (trait pointillé);  $\Delta\theta_E = 0,1''$ . À droite : distributions de probabilité de l'ellipticité ( $\epsilon_0 = 0,2$  et  $\sigma_\epsilon = 0,3$ ;  $\Delta\epsilon = 0,05$ ) : pour les galaxies (trait gras, distribution intrinsèque), pour les lentilles découvertes avec la FSA caractéristique des télescopes au sol (trait continu fin) et pour les lentilles découvertes avec le HST (trait pointillé).

#### 4.2.3.4 Probabilité de configuration angulaire

La probabilité que le rayon d'Einstein vaille  $\theta_E$  si l'on observe  $n$  images dépend aussi de  $\epsilon$  et de la FSA. Elle est évaluée numériquement au moyen de la relation générale (2.98), et en appliquant les relations (2.100), (2.93) et (4.15) pour, respectivement, la densité spatiale des galaxies, l'élément de volume propre et la section efficace effective. Les distributions de probabilité attendues avec un télescope au sol avec et sans soustraction de PSF et avec le télescope HST sont représentées sur le graphique de droite de la Fig. 4.10.

#### Remarque importante :

Les mirages découverts au moyen du recensement des sources extragalactiques ponctuelles dans le *domaine radio* aident à contraindre la probabilité de configuration angulaire. Cependant, le nombre de ces radio-sources en fonction de leur flux et de leur redshift est encore très mal connu. Il est donc délicat de déterminer le biais en amplification auquel cette population d'objets est sujette et la probabilité absolue de découvrir un mirage dans un échantillon de radio-sources ne peut pas être calculée précisément. Cependant, la probabilité relative de configuration angulaire peut être estimée avec une bonne approximation en fixant la valeur du biais en amplification "géométrique" à 1 dans la formule (4.15) du calcul de la section efficace effective.

#### 4.2.3.5 Probabilité d'observation de l'ellipticité

Des études quantitatives de la morphologie des galaxies E/SO (Jørgensen & Franx 1994, Michard 1994) parviennent à la conclusion que les 2 classes de galaxies sont intimement liées et que des galaxies SO vues de face pourraient avoir été classées à tort comme des elliptiques. Cela expliquerait le meilleur ajustement statistique de la distribution apparente des ellipticités au sein de la population E+S0, comparé à l'ajustement pour chacun des types

pris séparément<sup>5</sup>. Jørgensen & Franx (1994) montrent en effet que la distribution intrinsèque des rapports d'axes  $f$  des galaxies E+SO peut être décrite par une gaussienne centrée sur  $f_o = 0,5$  et de largeur  $\sigma_f = 0,13$ . La distribution des ellipticités projetées peut être calculée à l'aide de la relation 5-28 de Mihalas & Binney (1981) et de l'équation (2.70b). On trouve  $\epsilon_o = 0,19$  et  $\sigma_\epsilon = 0,12$ . En première approximation, et par souci de simplicité, on peut conserver une loi gaussienne pour la distribution des ellipticités projetées :

$$p_\epsilon(\epsilon; \epsilon_o, \sigma_\epsilon) = \frac{e^{-(\epsilon-\epsilon_o)^2/2\sigma_\epsilon^2}}{\int_0^1 e^{-(\epsilon-\epsilon_o)^2/2\sigma_\epsilon^2} d\epsilon}. \quad (4.16)$$

La détermination de l'ellipticité des galaxies-lentilles requiert la détection de mirages gravitationnels, or un biais est introduit par l'intermédiaire de la FSA. Autrement dit, la probabilité de détecter un mirage dépend de l'ellipticité de la lentille (voir Fig. 4.9). Si l'on suppose que la distribution intrinsèque de l'ellipticité des galaxies E/SO ne dépend pas du redshift, la distribution apparente de l'ellipticité des galaxies-lentilles s'écrit :

$$P_{obs,\epsilon}(\epsilon; \epsilon_o, \sigma_\epsilon, z_s, b_q, FSA, \sigma_*) = \frac{p_\epsilon(\epsilon; \epsilon_o, \sigma_\epsilon) P_{LG,tot}(z_s, b_q, FSA; \epsilon, \sigma_*)}{\int_0^1 p_\epsilon(\epsilon; \epsilon_o, \sigma_\epsilon) P_{LG,tot}(z_s, b_q, FSA; \epsilon, \sigma_*) d\epsilon}. \quad (4.17)$$

Lorsque  $\sigma_\epsilon$  est important, la FSA influence la distribution de probabilité de l'ellipticité des galaxies-lentilles. Le graphique de droite de la Fig. 4.10 ( $(\epsilon_o; \sigma_\epsilon) = (0,2; 0,3)$ ) montre que la FSA associée à la très bonne résolution angulaire du HST ne modifie pratiquement pas la distribution intrinsèque (éq. (4.16)) tandis que celle associée aux télescopes au sol entraîne une sur-représentation des ellipticités plus faibles que la moyenne intrinsèque.

#### 4.2.3.6 Probabilité d'observation du redshift de la lentille

Comme l'indique la formule (2.91), la probabilité de présence d'une lentille gravitationnelle sur la ligne de visée d'un quasar dépend de son redshift. La distribution attendue des redshifts des galaxies-lentilles est liée au modèle cosmologique. Cela permet de contraindre les paramètres cosmologiques (voir Section 4.2.4). Cependant, on ne peut pas déterminer observationnellement le redshift de toutes les lentilles, d'où l'apparition d'un biais dont il faut tenir compte. Par définition, il faut que la galaxie soit détectée et qu'un spectre puisse en être obtenu dans le domaine visible<sup>6</sup>.

Une lentille est observable lorsque sa magnitude  $m$  est inférieure à la magnitude limite  $m_{lim}$ .  $m$  est fonction de la luminosité de la galaxie, de son redshift, de la correction-K associée à la bande passante et du modèle cosmologique;  $m_{lim}$  est tributaire de la magnitude des images-mirages et de leurs séparations angulaires, de la morphologie de la galaxie et de la dynamique de l'instrument<sup>7</sup>. Lorsqu'une lentille n'est pas détectée, la seule information disponible est alors que  $m > m_{lim}$ . En pratique, nous définissons une fonction de poids,

<sup>5</sup>Le manque de distinction entre les galaxies E et SO dans notre modélisation du déflecteur autorise la comparaison de nos résultats aux valeurs mentionnées.

<sup>6</sup>Nous excluons les lentilles dont le redshift est identifié par l'absorption optique ou par l'émission radio (B0218+357).

<sup>7</sup>Le temps de pose est généralement adapté de manière à profiter au maximum de la dynamique instrumentale.

$W$ , qui sélectionne les galaxies observables :  $W = 1$  si  $m \leq m_{lim}$  et  $W = e^{-(m-m_{lim})^2}$  si  $m > m_{lim}$ , c'est-à-dire que  $W$  décroît de manière gaussienne sur un intervalle typique d'une demi-magnitude.

Dès lors, étant données l'ellipticité, la séparation angulaire des images ( $2\theta_E$ ), la FSA et la magnitude limite, la probabilité d'observer une lentille au redshift  $z_l$  peut s'écrire à partir des relations (2.91), (2.97) (avec  $\Sigma_{eff}$  estimé à partir de (4.15)) et (2.107) pour  $P_{LG}$ ,  $P_{LG,tot}$  et  $P_{conf}$  respectivement :

$$P_Z(z_l, \theta_E; z_s, b_q, FSA, \epsilon, m_{lim}) = \frac{P_{LG,i}(z_l, L(\theta_E); z_s, b_q, FSA, \epsilon)W(m(z_l), m_{lim})}{P_{LG,tot}(z_s, b_q, FSA; p_i)P_{conf}(\theta_E; z_s, b_q, FSA; p_i)}, \quad (4.18)$$

où

$$m(z_l) = M + 5 \log D_L(z_l; H_o, \Omega_o, \lambda_o) + K(z) - 5, \quad (4.19a)$$

$$M - M_* = -2,5 \log \left( \frac{\theta_E}{\theta_{E,*}} \right)^{\gamma/2}, \quad (4.19b)$$

où  $M$  est la magnitude absolue,  $D_L$  la distance luminosité<sup>8</sup> (voir Annexe A) et  $K(z)$  la correction-K dans le filtre considéré (Fioc & Volmerange (1997) pour la bande  $H$  et Pozzetti et al. 1996 pour la bande  $R$ ). La relation (4.19b) incarne le calcul de la magnitude absolue à partir de la loi de Faber-Jackson (éq. (2.94)).

Dans le cas où la seule information est la détection de la galaxie, la contrainte la plus forte sur  $\lambda_o$  est obtenue en posant  $m_{lim} = m_{gal}$  (voir Section 4.2.4.4). Dès lors, la probabilité  $P_D$  de détecter une lentille au moins aussi brillante que  $m_{gal}$  s'écrit :

$$P_D(\theta_E; z_s, b, FSA, \epsilon, m_{gal}) = \int_0^{z_s} P_Z(z_l, \theta_E; z_s, b, FSA, \epsilon, m_{gal}) dz_l. \quad (4.20a)$$

Enfin, si la lentille n'est pas détectée, la probabilité associée  $P_{ND}$  vaut :

$$P_{ND}(\theta_E; z_s, b, FSA, \epsilon, m_{lim}) = 1 - \int_0^{z_s} P_Z(z_l, \theta_E; z_s, b, FSA, \epsilon, m_{lim}) dz_l. \quad (4.20b)$$

#### 4.2.4 Influence des paramètres astrophysiques et cosmologiques

Dans cette section, nous passons en revue l'influence sur les grandeurs observables des divers paramètres qui interviennent dans notre modélisation, afin de déterminer ceux pour lesquels l'analyse du phénomène de lentille gravitationnelle peut apporter une contrainte intéressante, et ceux qui devront être maintenus constants. Dans la plupart des cas, le modèle SIS fournit un cadre descriptif suffisant. Dans le même temps, nous rappelons les valeurs des paramètres obtenues dans la littérature, afin de les comparer aux valeurs les plus vraisemblables déduites à la Section 4.2.6.

<sup>8</sup> $D_L$  et  $M_*$  dépendent de  $H_o$  mais  $m(z_l)$  n'en dépend pas.



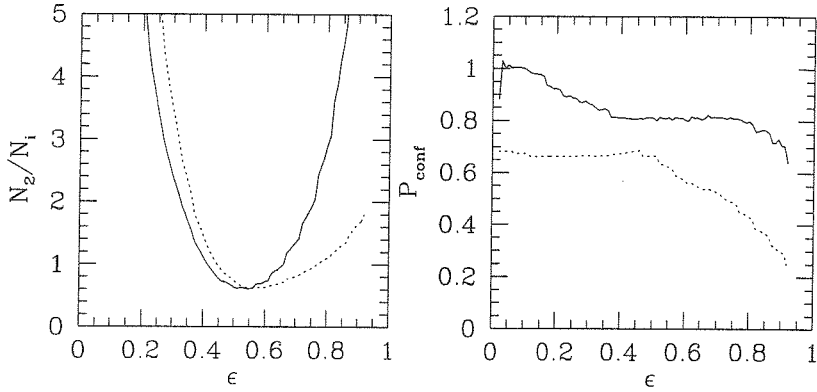


FIG. 4.11: À gauche : nombre de mirages à 2 images par rapport au nombre de mirages à 4 images (trait continu) et à 3 images (trait pointillé) en fonction de  $\epsilon$ . À droite : Profondeur optique en fonction de  $\epsilon$ , normalisée au cas  $\epsilon = 0$  (trait continu) et probabilité de configuration angulaire ( $\Delta\theta/\text{FWHM} = 1, 5$ ; trait pointillé). Simulations avec la FSA n° 1.

#### 4.2.4.1 Paramètres du modèle de défecteur EIS

##### i) Ellipticité

C'est grâce au paramètre  $\epsilon$  que le modèle EIS permet de rendre compte de la multiplicité des images des mirages observés (voir Chapitre 2). Comme le révèle la Fig. 4.9, et bien que le nombre total de mirages soit peu sensible à la valeur de  $\epsilon$ , leurs nombres *relatifs* avec 4, 3 ou 2 images dans un échantillon complet est un bon estimateur de l'ellipticité moyenne. La profondeur optique totale en fonction de  $\epsilon$  et la distribution de probabilité des séparations angulaires dépendent légèrement de  $\epsilon$ , via la FSA (voir Fig. 4.11).

Cependant, l'ellipticité du modèle EIS peut être directement ajustée aux mirages individuels (voir Section 4.2.2). La distribution des ellipticités mesurées au sein d'un ensemble complet de mirages gravitationnels reflète alors celle de la population de galaxies-lentilles et permet de contraindre les valeurs de  $\epsilon_o$  et de  $\sigma_\epsilon$  (voir éq. (4.17)).

##### ii) La dispersion des vitesses $\sigma_*$

Bien qu'il ne soit pas directement mesurable à partir des images multiples de quasars, le paramètre  $\sigma_*$  intervient dans le facteur d'échelle (ou rayon d'Einstein)  $b_o$ , d'où sa forte influence sur la statistique. Il gouverne à la fois la profondeur optique totale du phénomène de lentille et la séparation angulaire moyenne des images-mirages (voir Fig. 4.12).

Le facteur d'échelle du modèle EIS est commun à celui du modèle SIS. En l'absence de FSA, les relations analytiques (2.103b) et (2.104) montrent que la probabilité totale est proportionnelle à  $\sigma_*^4$ , tandis que la séparation angulaire moyenne, liée directement à  $b_o$ , est proportionnelle à  $\sigma_*^2$  (éq. (2.50c)). La Fig. 4.12 illustre ces deux influences. La probabilité de configuration est calculée pour la valeur de référence  $\sigma_{*,o}$  et pour  $\sigma_{*,o} \pm \sigma_{\sigma_*}$  ( $\sigma_{*,o} = 225$  km/s et  $\sigma_{\sigma_*} = 20$  km/s pour les galaxies E/SO (Fukugita et Turner 1991)). L'observation du nombre

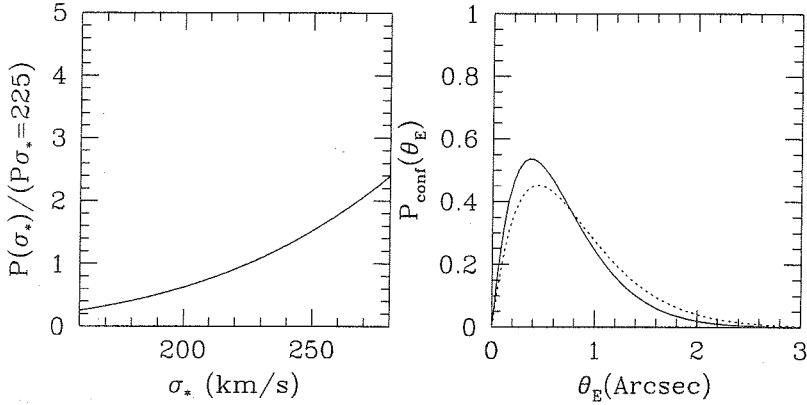


FIG. 4.12: À gauche : Probabilité totale d'observation d'un mirage, normalisée pour  $\sigma_* = 225$  km/s; à droite : probabilité d'observation du rayon d'Einstein  $\theta_E (= \Delta\theta/2)$ , pour  $\sigma_* = \sigma_{*,o} = 225$  km/s (trait continu) et  $\sigma_* = \sigma_{*,o} + \sigma_{\sigma_*} = 245$  km/s (trait pointillé). Modèle SIS.

et de la séparation angulaire des images multiples dans un échantillon de HLQs permettra donc de contraindre au mieux la valeur de  $\sigma_*$ .

#### 4.2.4.2 Paramètres de Schechter

Les paramètres de Schechter gouvernent la fonction de luminosité des galaxies. Il s'agit des paramètres  $M_*$ ,  $\phi_*$  et  $\alpha$  (voir éq. (2.92b)).

##### i) La magnitude absolue $M_*$

La magnitude absolue  $M_*$  n'est *pas* un paramètre indépendant, mais est imposée par la valeur de  $\sigma_*$ , par l'intermédiaire de la relation empirique de Faber-Jackson (1976) ou de Tully-Fisher (1977). Pour les galaxies elliptiques, on a ( $h = H_o/100$ ; de Vaucouleurs & Olson 1982) :

$$-M_{*B_T^0} + 5 \log h = 19,37 + 2,5\gamma (\log \sigma_* - 2,3) . \quad (4.21)$$

$\gamma$  est l'exposant de la relation de Faber-Jackson (éq. (2.94)).  $M_{*B_T^0}$  est la magnitude absolue d'une galaxie de luminosité  $L_*$ , corrigée de l'extinction galactique et dans le filtre bleu (voir *Second Reference Catalogue of Bright Galaxies*, de Vaucouleurs et al. 1976). La transformation pour obtenir  $M_{*b_j}$  est (Efstathiou et al. 1988) :

$$M_{*b_j} = M_{*B_T^0} + 0,51 .$$

$M_*$  influence la détectabilité de la lentille (éq. (4.19a)). Celle-ci est donc indirectement liée aux valeurs de  $\sigma_*$  et de  $\gamma$ .

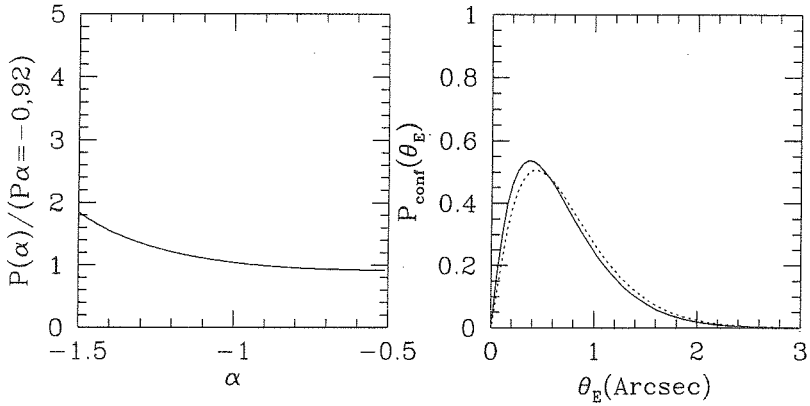


FIG. 4.13: À gauche : Probabilité totale d'observation d'un mirage, normalisée pour  $\alpha = -0,92$  ; à droite : probabilité d'observation du rayon d'Einstein  $\theta_E (= \Delta\theta/2)$ , pour  $\alpha = \alpha_o = -0,92$  (trait continu) et pour  $\alpha = \alpha_o + \sigma_\alpha = -0,77$  (trait pointillé).

## ii) La normalisation $\phi_*$

Le nombre de lentilles dans un échantillon de HLQs est directement proportionnel à la densité comobile des galaxies (voir par exemple éq. (2.104) du modèle SIS). Comme d'autres paramètres mal connus (par exemple  $\lambda_o$  ou l'extinction) influencent également le nombre de lentilles, il est crucial de bien connaître  $\phi_*$  a priori. Bien sûr,  $\phi_*$  n'influence ni la distribution de la séparation angulaire des images multiples, ni celle du redshift des galaxies-lentilles. À partir du recensement du redshift des galaxies locales par le Center for Astrophysics (CfA), Marzke et al. (1994) dérivent, pour les galaxies E/SO,  $\phi_{*,E/SO} = 0,010 \pm 0,002$ , et pour les galaxies spirales,  $\phi_{*,S} = 0,014 \pm 0,003$ .

## iii) L'exposant $\alpha$

L'exposant  $\alpha$  de la fonction de Schechter (éq. (2.92b)) contrôle le nombre relatif de galaxies de faible luminosité. Celles-ci deviennent dominantes pour  $\alpha < -1$ , ce qui entraîne une augmentation de la probabilité d'effets de lentille (voir Fig. 4.13) et une diminution de la séparation angulaire moyenne entre les images. Dans le régime  $\alpha \gtrsim -1$ , la statistique des images multiples est insensible à la valeur exacte de  $\alpha$ . L'ajustement de la fonction de luminosité de Schechter à la population de galaxies E/SO ou spirales fournit  $\alpha_{E/SO} = -0,92 \pm 0,15$  et  $\alpha_S = -0,81 \pm 0,15$  (Marzke et al. 1994). Notre étude ne permet donc pas d'améliorer la contrainte sur  $\alpha$  de manière significative, et ce paramètre sera maintenu constant.

### 4.2.4.3 Exposant de la relation de Faber-Jackson / Tully-Fisher

Comme l'indique la Fig. 4.14, la valeur exacte de l'exposant  $\gamma$  de la relation empirique de Faber-Jackson ou de Tully-Fisher (éq. (2.94)) n'affecte pas quantitativement l'observation ni la séparation angulaire moyenne des images multiples. Par contre,  $\gamma$  agit sur la détectabilité

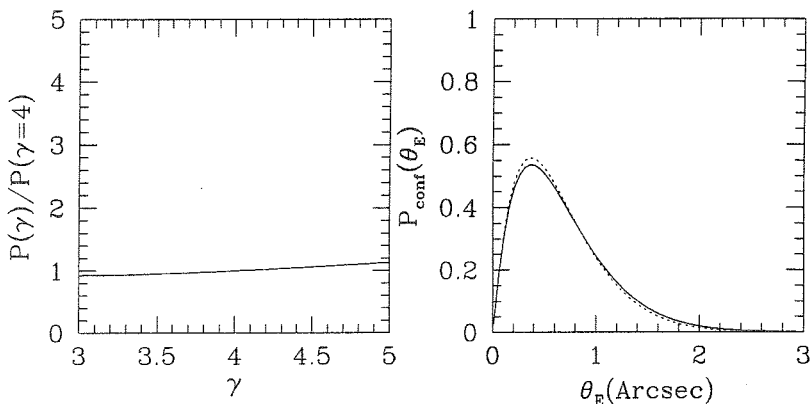


FIG. 4.14: À gauche : Probabilité totale d'observation d'un mirage, normalisée pour  $\gamma = 4$  ; à droite : probabilité d'observation du rayon d'Einstein  $\theta_E (= \Delta\theta/2)$ , pour  $\gamma = \gamma_0 = 4$  (trait continu) et pour  $\gamma = \gamma_0 + \sigma_\gamma = 4, 3$  (trait pointillé).

des galaxies en entraînant une variation de leur magnitude absolue ( $\Delta M = -2,5 \log \sigma \Delta\gamma$ , éq. (4.21)). Pour les galaxies E/SO, de Vaucouleurs et Olson (1982) fournissent  $\gamma_{E/SO} = 4,0 \pm 0,3$  et pour les spirales, Fukugita et al. (1991) proposent  $\gamma_S = 2,6 \pm 0,2$ .

Dans la suite, nous fixerons donc aussi les valeurs des paramètres  $\gamma_{E/SO}$  et  $\gamma_S$ .

#### 4.2.4.4 Paramètres cosmologiques

Notre but est de contraindre la valeur des paramètres cosmologiques, sans aucune connaissance a priori. La formule (2.91) indique que la probabilité de formation d'un mirage dépend du redshift de la lentille et du modèle cosmologique. Nous investiguons le cas d'un Univers plat ( $\Omega_o + \lambda_o = 1$ ) et celui d'un Univers sans constante cosmologique.

##### i) Univers plat

La Fig. 4.15 illustre la forte augmentation de la probabilité totale du phénomène de lentille gravitationnelle en fonction de la constante cosmologique  $\lambda_o$ . Physiquement, ce comportement est dû à l'accroissement en fonction de  $\lambda_o$  du volume propre d'une sphère délimitée par le redshift  $z$ . L'effet sur le nombre de mirages dans un échantillon est dégénéré avec celui causé par une augmentation de  $\phi_*$ . Bien qu'un facteur 15 d'erreur sur la normalisation des galaxies semble peu réaliste, l'incertitude sur  $\phi_*$  affaiblit la contrainte que l'on peut imposer sur  $\lambda_o$  à partir du nombre observé de mirages  $N_L$  dans un échantillon de HLQs. D'autre part, la présence possible d'extinction dans la galaxie défectrice (ou tout autre phénomène qui entraîne la non détection de certains mirages) rend moins fiable la détermination statistique  $\lambda_o$  à partir de  $N_L$ .

Les distributions des redshifts des lentilles dans un Univers plat dominé soit par la matière, soit par la constante cosmologique sont représentées à la Fig. 4.16. Le redshift moyen attendu est nettement supérieur dans le modèle avec  $\lambda_o = 1$  (comparer les deux graphiques de la rangée supérieure). Cependant, lorsque  $\lambda_o$  croît, les distances augmentent plus vite avec

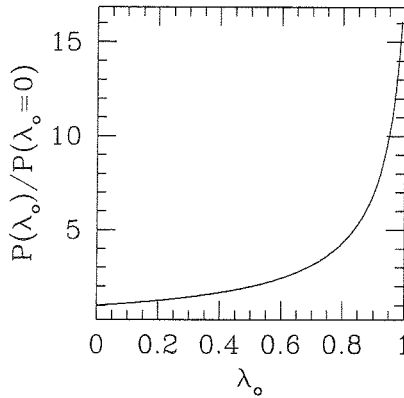


FIG. 4.15: Probabilité totale d'observation d'un mirage gravitationnel en fonction de  $\lambda_0$ , normalisée pour  $\lambda_0 = 0$  (Univers plat).

le redshift, et la magnitude des galaxies faiblit plus rapidement avec le redshift  $z$ . Comment évoluent ces distributions lorsque la *déteçtabilité* de la galaxie (supposée elliptique) est prise en compte (éq. (4.18)) ? La seconde rangée de la Fig. 4.16 montre (avec  $R_{lim} = 22$ ) que les redshifts moyens deviennent beaucoup plus comparables. Néanmoins, la probabilité que la lentille soit déteçtable, étant donné que l'on observe un mirage gravitationnel est *beaucoup plus faible* si  $\lambda_0 = 1$ . Ainsi donc, le test de déteçtion et de mesure du redshift des galaxies-lentilles reste sensible à la valeur de  $\lambda_0$  (contrairement à ce qui a été prédit par Helbig & Kayser 1996). Prendre en considération la déteçtion des galaxies revient en fait à comparer les queues des distributions intrinsèques aux faibles redshifts. Des lentilles de faible redshift ( $z \simeq 0,5$ ) ou simplement déteçtées ( $m_{lim} = m_{gal}$ ) favorisent un Univers avec  $\lambda_0=0$ , tandis que des lentilles de redshift plus important, ou la non déteçtion de lentilles malgré une magnitude limite élevée sont des signes que la constante cosmologique pourrait ne pas être nulle.

La Fig. 4.16 montre également que la répartition des différentes multiplicités d'images n'est pas très sensible à la valeur précise de  $\lambda_0$ .

En l'absence de FSA, la probabilité de configuration angulaire du modèle SIS est indépendante de  $\lambda_0$  dans un Univers plat (éq. (2.107)). Il en va de même dans le modèle EIS, puisque les sections efficaces effectives sont semblables (Fig. 4.9).

## ii) Univers sans constante cosmologique

Lorsque  $\lambda_0 = 0$ , la distance augmente d'autant plus vite en fonction de  $z$  que la densité matérielle de l'Univers est faible. La discussion précédente reste donc valable en substituant  $\Omega_0 = 0$  à  $\lambda_0 = 1$ , mais les effets sont moins marqués et la contrainte possible sur la valeur de  $\Omega_0$  sera plus faible que sur celle de  $\lambda_0$ , dans l'hypothèse d'un Univers plat.

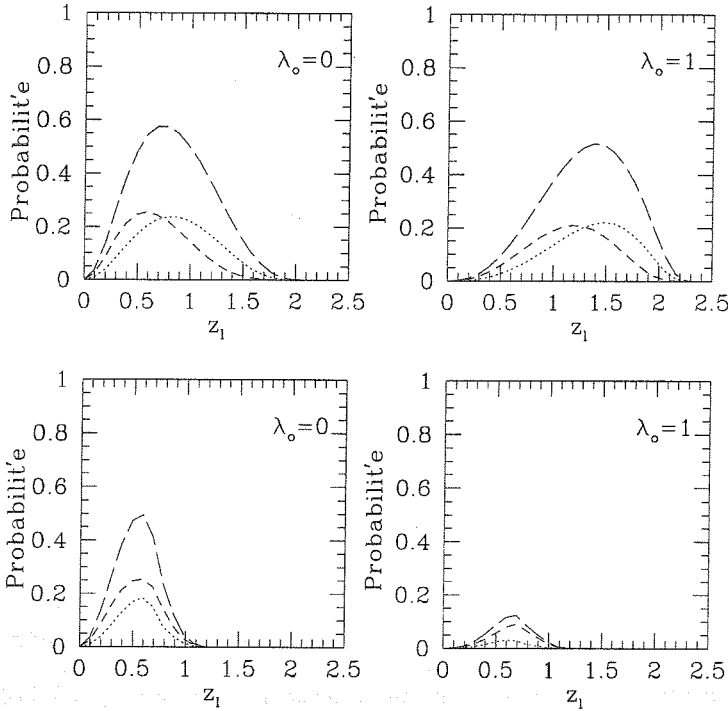


FIG. 4.16: Probabilités d'observation par unité de redshift d'un mirage à 2 images (traits interrompus longs), à 3 images (traits pointillés) et à 4 images (traits interrompus courts) en fonction du redshift de la lentille. Univers plat avec  $\lambda_o=0$  (à gauche) et  $\lambda_o=1$  (à droite); en haut : probabilités intrinsèques; en bas : probabilités apparentes, pour  $R_{lim}=22$  ( $z_s = 2,5$ ,  $b_q = 16$ ,  $\epsilon = 0,2$ ,  $FWHM=1''$  et  $\Delta\theta = 1''$ ).

#### 4.2.4.5 Fonction de comptage des QSOs

Le comptage  $N_q(b_q)$  des quasars sur le ciel en fonction de leur magnitude apparente  $b_q$ , intervient dans le calcul du biais en amplification. La forme paramétrique adoptée est une double loi de puissance, dont les pentes possèdent les valeurs  $\alpha$  et  $\beta$ , selon que la magnitude est respectivement inférieure ou supérieure à un seuil  $b_s$  (voir éq. (2.90)). Il y a donc trois paramètres, car le biais est indépendant de la normalisation de  $N_q$ .

Les valeurs retenues pour ces paramètres dépendent fortement d'hypothèses, et bien sûr des échantillons de quasars sélectionnés. Le nombre de QSOs par degré carré en fonction de leur magnitude (pour  $b_q$  compris entre 14 et 22) est compilé par Boyle et al. (1988). L'ajustement de la loi paramétrique décrite plus haut fournit  $\alpha = 0,86$ ,  $\beta = 0,28$  et  $b_s = 19,15$  (Narayan 1989, Hartwick & Schade 1990). Cependant, la fonction de luminosité  $\phi(L)$  des QSOs semble évoluer en fonction du redshift. Le modèle standard suggère une évolution en luminosité uniquement (*Pure Luminosity Evolution*, PLE), qui entraîne un déplacement vertical de  $\phi(L)$  en fonction de  $z$ . Boyle et al. (1988) obtiennent le meilleur ajustement du

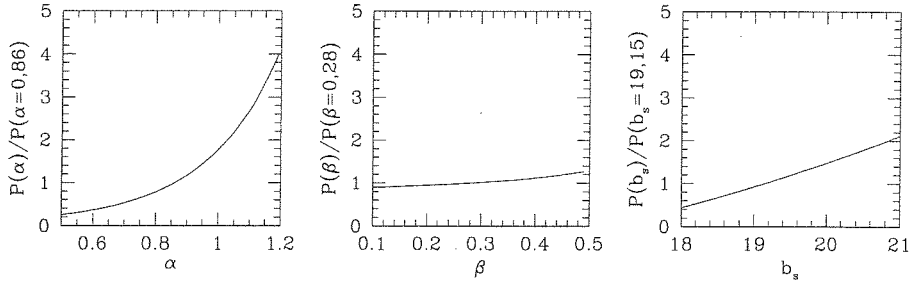


FIG. 4.17: Probabilité totale d'observation d'un mirage en fonction des paramètres de la loi de comptage  $N_q(b_q)$  des QSOs (éq. (2.90)). À gauche : probabilité en fonction de  $\alpha$ , normalisée pour  $\alpha = 0,86$ ; au centre : probabilité en fonction de  $\beta$ , normalisée pour  $\beta = 0,28$ ; à droite : probabilité en fonction de  $b_s$ , normalisée pour  $b_s = 19,15$ . Modèle SIS avec  $b_q=17$ .

modèle PLE aux données (modèle B) pour  $\alpha = 1,12 \pm 0,06$  et  $\beta = 0,18 \pm 0,08$ ; ce modèle est repris par Wallington et Narayan (1993) dans leur étude statistique du phénomène de lentille. Le modèle PLE provoque un déplacement de la position du seuil  $b_s$ . Kochanek (1996b) paramétrise cette influence et ajuste les données compilées par Hartwick et Schade (1990) pour trouver  $\alpha = 1,07 \pm 0,07$ ,  $\beta = 0,27 \pm 0,07$  et  $b_s = 18,92 \pm 0,16$ .

D'autre part, Köhler et al. (1997), au moyen d'une première partie des observations du *Hamburg/ESO Survey* (HES) obtiennent  $\alpha = 0,69 \pm 0,05$  pour  $b_q < 17$ . Le HES est conçu pour rechercher les QSOs brillants et les galaxies Seyfert 1 ( $b_{q,dim} \simeq 17$ ), en évitant les biais morphologiques. Le nombre de quasars brillants par unité de surface est plus élevé que dans le Palomar Bright Quasar Survey (BQS, Schmidt & Green 1983), lequel pourrait être sérieusement incomplet. Il en résulte que la pente  $\alpha$  des QSOs brillants pourrait avoir été surestimée dans les compilations précédentes (par exemple Boyle et al.). En outre, la fonction de luminosité locale des QSOs dérivée du HES se raccorde continûment à celle des galaxies de Seyfert, et elle ne montre aucun signe de changement de pente, contrairement à celle à plus grand redshift (Boyle et al. 1988), ce qui ruine le modèle standard PLE (Köhler et al. 1997).

Rappelons également ici que Hawkins & Véron (1995, 1996) déduisent une loi de comptage sans changement de pente ( $\alpha = \beta \sim 0,6$  pour  $b_q < 20$ ), quel que soit le redshift, au sein d'un échantillon de QSOs sélectionné sur base d'un critère de variabilité.

Face aux erreurs systématiques qui entachent la détermination de  $N_q(b_q, z)$ , il est très difficile d'attribuer une valeur et une incertitude réalistes aux paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $b_s$ . L'aboutissement de vastes échantillons systématiques de quasars (notamment grâce au HES, au SDSS et au LMT) devrait aider à résoudre ce problème. Nous adoptons comme hypothèse de travail  $\alpha = 0,86$ ,  $\beta = 0,28$  et  $b_s = 19,15$  (Narayan 1989).

La Fig. 4.17 montre l'influence de ces 3 paramètres sur la probabilité totale d'observer un mirage, tandis que la Fig. 4.18 évoque la dépendance du biais en amplification "géométrique" en fonction de la magnitude  $b_q$ , pour différentes valeurs de  $\alpha$  et de  $b_s$  (modèle SIS). On remarque à l'aide de la Fig. 4.17 que les paramètres dominants sont  $\alpha$  et  $b_s$ . Leur effet

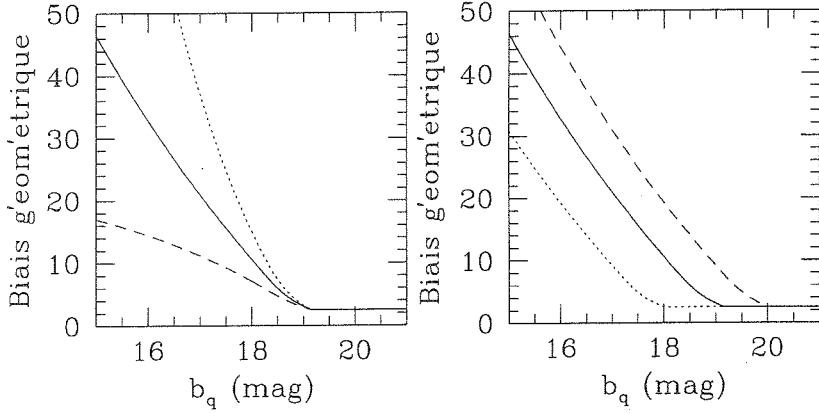


FIG. 4.18: Biais en amplification “géométrique” en fonction de la magnitude du QSO pour le modèle SIS. À gauche :  $\alpha = 0,86$  (trait continu),  $0,7$  (trait interrompu) et  $1$  (trait pointillé); à droite :  $b_s = 19,15$  (trait continu),  $18$  (trait pointillé) et  $20$  (trait interrompu).

sur la probabilité totale est dégénéré avec celui de la normalisation  $\phi_*$  et de la constante cosmologique  $\lambda_0$ . D’autre part, la distribution de la magnitude des mirages observés est également sensible aux valeurs de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $b_s$  (Fig. 4.18). Cependant, notre échantillon est biaisé et ne contient que des quasars brillants, ce qui empêche de contraindre ces paramètres au moyen de la distribution des magnitudes observées des mirages. Comme l’indique la formule (2.107), la probabilité de séparation angulaire ne dépend pas directement de  $N_q(b_q)$ . Un léger couplage peut avoir lieu à cause des FSAs.

En raison des variations systématiques qui affectent les valeurs de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $b_s$ , nous rechercherons les valeurs privilégiées par la statistique des images multiples, *en supposant connus* le modèle cosmologique et la densité spatiale comobile des galaxies. Nous limiterons notre analyse au modèle SIS.

#### 4.2.4.6 Extinction dans la lentille

La poussière présente sur la ligne de visée d’un objet lumineux absorbe une partie du flux émis en direction de l’observateur. La quantité d’extinction dépend de la quantité et de la taille des grains de poussière et de la longueur d’onde du rayonnement incident; elle est plus importante dans les domaines visible et ultra-violet, ce qui entraîne un rougissement de l’objet observé. On trouve de la poussière tout d’abord dans le milieu interstellaire de notre propre galaxie; on l’appelle poussière interstellaire et sa loi d’extinction est bien connue (voir par exemple Mathis 1990 ou Whittet 1992 pour une description physique générale de l’extinction dans la Galaxie). Les quasars sont observés aux hautes latitudes galactiques, c’est-à-dire là où l’extinction interstellaire est négligeable, mais il existe de la poussière également dans le milieu extragalactique et surtout dans les galaxies extérieures. Les mirages gravitationnels sont a priori plus sensibles à l’extinction puisque leur ligne de visée passe nécessairement à proximité d’une galaxie. Si l’extinction est importante pour certains mirages, ceux-ci risquent de passer inaperçus dans les échantillons sélectionnés dans le do-



maine optique. Un échantillon incomplet ne peut servir à contraindre correctement la valeur de la constante cosmologique.

Dans cette section, nous estimons premièrement les effets de l'extinction *associée à la galaxie-lentille* sur le biais en amplification et la statistique des images multiples<sup>9</sup>. Nous considérons successivement l'extinction globale du QSO et l'extinction différentielle entre les images-mirages. Pour conclure, nous comparons la quantité d'extinction nécessaire à la modification significative de la statistique des images multiples avec les rares estimations actuelles de l'extinction attendue dans les galaxies extérieures.

### i) Influence de l'extinction globale du QSO sur la statistique

L'extinction associée à la galaxie-lentille entre en compétition avec le facteur d'amplification lumineuse dans le calcul du biais en amplification. Celui-ci *diminue* en présence d'extinction. En effet, il suffit de se rappeler que qualitativement le biais en amplification  $Biais = N_q(b_{q,i})/N_q(b_q)$ , où  $N_q$  est la fonction de comptage des QSOs,  $b_q$  la magnitude apparente et  $b_{q,i}$  la magnitude que le quasar aurait en l'absence du phénomène de lentille (voir introduction générale, Section 1.3). Dans le cas où une extinction<sup>10</sup> de  $Ext$  magnitudes et une amplification moyenne  $\langle A \rangle$  sont associées à la lentille, on a :

$$b_{q,i} = b_q + 2,5 \log \langle A \rangle - Ext.$$

Le biais décroît donc à mesure que l'extinction augmente ; il peut devenir inférieur à 1 si  $Ext > 2,5 \log \langle A \rangle$ .

Afin de quantifier l'influence de l'extinction globale sur la statistique des images multiples, nous utilisons le modèle SIS car elle peut y être greffée analytiquement lorsque la FSA est indépendante de la séparation angulaire<sup>11</sup>.

Le graphique de gauche de la Fig. 4.19 montre la forte réduction de la probabilité d'observation d'un mirage en fonction de l'extinction (modèle SIS). De façon quasi indépendante de la magnitude apparente  $b_q$  du quasar, la probabilité est réduite d'un facteur 16 si les lentilles affectent les sources d'une extinction de 1,8 magnitude (dans le filtre bleu). Or la probabilité est environ 16 fois plus grande dans un Univers plat dominé par  $\lambda_o$  que dans l'Univers d'Einstein - de Sitter (voir Fig. 4.15). Il n'est donc pas possible de discerner un Univers plat dominé par  $\lambda_o$  et où  $Ext = 1,8$  d'un Univers d'Einstein - de Sitter où  $Ext = 0$ , seulement à partir du nombre de mirages présents dans un échantillon de HLQs. Nous comparerons plus loin cette valeur significative de 1,8 magnitude avec l'extinction attendue dans les galaxies.

<sup>9</sup>Nous négligeons l'extinction qui pourrait survenir ailleurs sur la ligne de visée (galaxie hôte du QSO ou nuage intergalactique).

<sup>10</sup>Afin de ne pas confondre l'extinction, traditionnellement symbolisée par  $A$ , avec l'amplification, nous la représenterons par  $Ext$ .

<sup>11</sup>Le biais en amplification avec extinction est une généralisation de la relation (2.102b) :

$$Biais \begin{cases} = 8 \cdot 10^{(0,8-\alpha)(b-b_s)} 10^{-0,8Ext} \left( \frac{1}{2-2,5\beta} - \frac{1}{2-2,5\alpha} \right) + \frac{2^{(2,5\alpha+1)}}{2-2,5\alpha} y_{max}^{(2-2,5\alpha)} 10^{-\alpha Ext} \\ \text{si } b < b_s - 2,5 \log \frac{2}{y_{max}} + Ext \text{ et } b < b_s. \\ = 8 \cdot 10^{(0,8-\beta)(b-b_s)} 10^{-0,8Ext} \left( \frac{1}{2-2,5\beta} - \frac{1}{2-2,5\alpha} \right) + \frac{2^{(2,5\alpha+1)}}{2-2,5\alpha} y_{max}^{(2-2,5\alpha)} 10^{-\alpha Ext} 10^{(\alpha-\beta)(b-b_s)} \\ \text{si } b < b_s - 2,5 \log \frac{2}{y_{max}} + Ext \text{ et } b > b_s. \\ = \frac{2^{(2,5\beta+1)}}{2-2,5\beta} 10^{(\beta-\alpha)(b-b_s)} y_{max}^{(2-2,5\beta)} 10^{-\beta Ext} \text{ si } b_s - 2,5 \log \frac{2}{y_{max}} + Ext < b < b_s. \\ = \frac{2^{(2,5\beta+1)}}{2-2,5\beta} y_{max}^{(2-2,5\beta)} 10^{-\beta Ext} \text{ si } b > b_s - 2,5 \log \frac{2}{y_{max}} + Ext \text{ et } b > b_s. \end{cases}$$

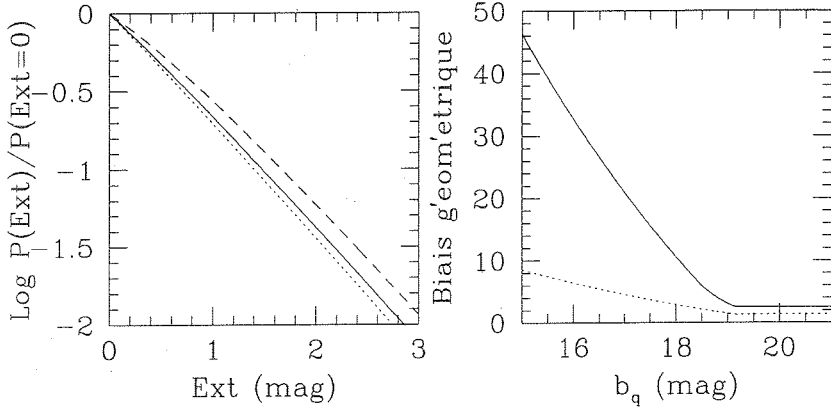


FIG. 4.19: À gauche : influence de l'extinction sur la probabilité de découverte d'un mirage gravitationnel de magnitude  $b_q = 16$  (trait pointillé), 17 (trait continu) et 18 (trait interrompu), normalisée pour  $Ext = 0$ . À droite : biais en amplification "géométrique" sans extinction (trait continu) et avec une extinction de 1 magnitude (trait pointillé) en fonction de la magnitude  $b_q$ . Modèle SIS.

## ii) Influence de l'extinction différentielle des images sur la statistique

L'extinction peut également affecter les différentes images-mirages de manière différentielle. Dans le modèle SIS par exemple, l'image secondaire est toujours formée à plus grande proximité du centre du déflecteur et est donc susceptible de subir une extinction plus forte. Si l'image secondaire est totalement absorbée, le mirage ne sera pas identifié en tant que tel. Si cet effet est important, il est nécessaire de rechercher les mirages dans des bandes spectrales peu sensibles à l'extinction, telles que l'infra-rouge ou le domaine radio. La présence d'extinction différentielle dans le filtre utilisé diminue l'amplification résultante de la lentille mais également la dynamique instrumentale disponible.

Afin de quantifier les effets de l'extinction différentielle sur la probabilité de découverte d'un mirage gravitationnel, nous nous plaçons dans le cadre du modèle SIS et nous supposons que l'extinction de l'image 1 est nulle tandis que celle de l'image 2 vaut  $\Delta Ext$ . La magnitude intrinsèque  $b_{q,i}$  d'un quasar de magnitude apparente  $b_q$  vaut alors

$$b_{q,i} = b_q + 2,5 \log(A_1 + A_2 10^{-0,4\Delta Ext}),$$

où  $A_1$  et  $A_2$  sont les amplifications des images 1 et 2. Vu que  $A_1 = A_{tot}/2 + 1$  et  $|A_2| = A_{tot}/2 - 1$ , on a finalement :

$$b_{q,i} = b_q + 2,5 \log \left[ \frac{A_{tot}}{2} (1 + 10^{-0,4\Delta Ext}) + 1 - 10^{-0,4\Delta Ext} \right].$$

Le calcul du biais en amplification n'est plus réalisable analytiquement, mais une estimation numérique peut être obtenue à l'aide de l'équation (2.88) où

$$P_{obs}(A) = \frac{8}{A^3} \chi_{[2,\infty[} S(FSA, \theta_E, \Delta Ext),$$

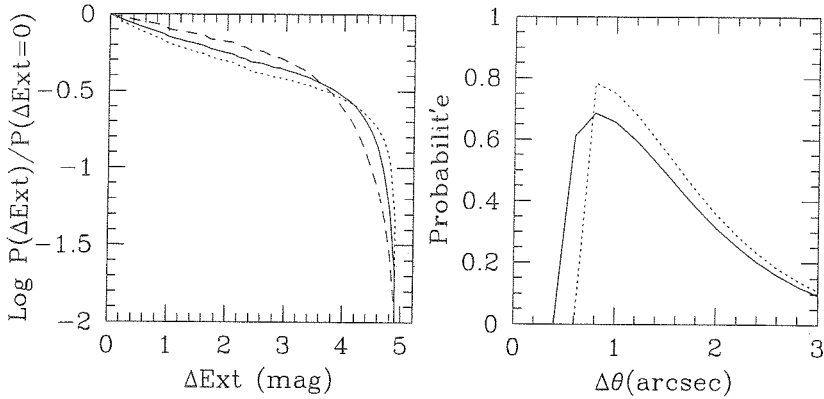


FIG. 4.20: À gauche : influence de l'extinction différentielle sur la probabilité de découverte d'un mirage gravitationnel de magnitude  $b_q = 16$  (trait pointillé), 17 (trait continu) et 18 (trait interrompu). À droite : distribution de probabilité de la séparation angulaire  $\Delta\theta$ , sans extinction (trait continu) et avec une extinction différentielle de 3 magnitudes (trait pointillé). Modèle SIS, avec FSA n° 1 (téléscope au sol) et  $\text{FWHM}=1''$ .

et la fonction  $S$  vaut 1 si la différence de magnitude  $\Delta m = -2,5 \log A_2/A_1 + \Delta Ext$  est inférieure à la dynamique instrumentale dictée par la FSA pour la séparation angulaire  $\Delta\theta = 2\theta_E$  (dans le cas contraire,  $S = 0$ ).

Les résultats sont présentés à la Fig. 4.20, pour une FSA typique des observations réalisées avec un télescope au sol. D'emblée, il apparaît sur le graphique de gauche que seule une extinction différentielle très forte (supérieure à 4 magnitudes) est capable de réduire la probabilité de découverte d'un mirage (au sein d'un échantillon de HLQs sélectionnés en bande bleue) d'une quantité telle que le modèle cosmologique puisse être dominé par la constante cosmologique  $\lambda_o$ . Lorsque  $\Delta Ext \geq 5$ , la dynamique instrumentale résultante est nulle, de même que la probabilité de découvrir un mirage. Le graphique de droite illustre l'influence de l'extinction sur la distribution des séparations angulaires des images-mirages lorsque  $\Delta Ext = 3$  magnitudes : la dynamique instrumentale réduite entraîne l'observation préférentielle des grandes séparations angulaires.

L'effet de l'extinction différentielle sur la probabilité de découverte d'un mirage gravitationnel est nettement plus faible que celui de l'extinction globale. Cependant, il influence la distribution des séparations angulaires.

### iii) Comparaison avec les observations

Les traitements simplifiés de l'extinction présentés ci-dessus ne doivent pas nous masquer la complexité du phénomène.

En réalité, l'extinction des images-mirages possède à la fois un caractère global et différentiel qui dépend de la distribution de la poussière dans le déflecteur. Si la poussière est fortement concentrée dans la partie centrale de la galaxie, l'extinction aura un rôle peu important car les images brillantes sont formées à un paramètre d'impact de quelques kilo-

parsec. D'autre part, si la distribution de poussière est continue et symétrique, l'extinction différentielle s'exercera seulement sur les mirages asymétriques, pour lesquels le désalignement de la source est plus important et le biais en amplification moindre. Enfin, la distribution peut être discontinue si la poussière réside principalement dans des condensations ou des nuages locaux.

Analysons tout d'abord les observations relatives à l'extinction différentielle.

Une faible contrainte est apportée par une analyse statistique rudimentaire de l'échantillon de 83 HLQs observés dans le proche infra-rouge (bande  $K'$ ), où les effets de l'extinction différentielle sont négligeables (voir échantillon E3 à la Section 3.3.4). La découverte d'un mirage non identifié dans le domaine visible aurait été la preuve de l'existence d'extinction différentielle. La non détection de mirages dans cet échantillon réduit permet d'éliminer avec un degré de certitude de 99,7% la présence simultanée d'extinction différentielle et d'une constante cosmologique  $\lambda_0 > 0,85$ .

D'autre part, l'existence d'une forte extinction différentielle entre les images-mirages apparaîtrait aussitôt sous la forme d'un rougissement différentiel important des images-mirages, marqué par des variations importantes des rapports de flux d'un filtre à l'autre. Si l'on omet des cas pathologiques tels que celui de PKS1830-211, où une extinction différentielle de plus de 8 magnitudes dans le filtre V (Courbin et al. 1998) est sans doute provoquée en grande partie par la Voie Lactée, on n'observe pas de tels rougissements différentiels. Cependant, le rougissement différentiel entre les images n'est pas totalement absent. Yee (1988) fut le premier à réaliser que la différence de couleur entre les composantes du mirage Q2237+030 (la Croix d'Einstein) est due à un rougissement différentiel produit par la galaxie-lentille sur les diverses lignes de visée. En supposant une loi d'extinction dans la lentille comparable à celle de notre Galaxie (ce qui semble réaliste, Nadeau et al. 1991), on obtient une extinction différentielle maximale entre les images de  $\Delta Ext \sim 0,6$  magnitude dans le filtre bleu. Larkin et al. (1994) montrent que la contrepartie optique du mirage radio MG1131+0456 est anormalement rouge, mais le rougissement *différentiel* des images est équivalent à une différence d'extinction de 0,7 magnitude seulement dans le filtre V, soit environ 0,85 magnitude dans le filtre B. Grâce au programme d'ajustement de données photométriques multicoloreurs développé par Jean & Surdej (1998) et en supposant une loi d'extinction similaire à celle de la Galaxie, on peut montrer que dans le cas des images multiples de H1413+117, le minimum du  $\chi^2$  est obtenu pour une différence maximale d'extinction dans le filtre bleu de 1,02 magnitude (communication privée). Le résultat peut être comparé à la valeur de  $\Delta Ext = 1,29$  obtenue par Turnshek et al. (1997), qui placent la lentille à  $z = 1,5$  au lieu de  $z = 1,15$ . En résumé, l'extinction différentielle maximale mesurée semble être de l'ordre de 1 magnitude, ce qui ne peut pas affecter quantitativement la probabilité de découverte de nouveaux mirages gravitationnels.

Enfin, la présence d'extinction différentielle parmi les images multiples de H1413+117, dont les positions spatiales sont particulièrement symétriques par rapport au défecteur (voir par exemple l'ajustement de H1413+117 à la Section 4.2.2), tend à montrer que la distribution de la poussière à l'intérieur de la galaxie-lentille n'est pas continue mais plutôt associée à des inhomogénéités. Notons à ce propos que le faisceau lumineux en provenance d'un quasar possède une très petite section efficace ; il est donc sensible à des inhomogénéités locales de la distribution de poussière. Il serait donc très spéculatif, avec le degré de connaissance actuel, de vouloir modéliser la distribution de poussière à l'intérieur des défecteurs. Ceux-

ci sont souvent des galaxies elliptiques. À faible redshift, la quantité de poussière dans ces galaxies est faible, et parfois concentrée dans une bande inhomogène (“dust lane”), comme c’est le cas de la galaxie Centaurus A.

Revenons à présent au problème, nettement plus sensible à notre avis, de l’extinction globale des quasars par les lentilles. Deux voies sont possibles : l’étude de l’extinction dans la classe de galaxies locales représentative des lentilles gravitationnelles et la comparaison d’une population de quasars vue à travers une lentille avec une population de référence, et ce, dans différents domaines de longueur d’onde. Nous éclairons successivement les deux approches.

Dans les galaxies *spiraales*, la poussière est principalement située dans le disque d’étoiles. Peletier et al. (1995) montrent à partir d’un échantillon de 37 spirales locales que l’extinction centrale d’une galaxie vue de face s’élève à  $Ext \sim 1-2$  magnitudes, mais décroît à 0,1-0,4 magnitude au rayon isophotal de  $25 \text{ mag/arcsec}^2$  dans le filtre bleu. La distribution d’extinction est déduite du profil de luminosité et possède donc une forme exponentielle. Notons que l’évolution du facteur d’échelle avec la luminosité de la galaxie n’est pas connue précisément. Dans 4 galaxies fortement inclinées sur la ligne de visée ( $i > 75^\circ$ ), l’extinction centrale s’élève à 3 magnitudes et il semble que la loi d’extinction mesurée soit comparable à celle de notre Galaxie (Jansen et al. 1994). D’autre part, les bras spiraux créent des inhomogénéités où l’extinction serait nettement plus importante (Beckman et al. 1996).

Goudfrooij et al. (1994) déterminent la loi d’extinction dans un échantillon de 10 galaxies *elliptiques* locales contenant une bande de poussière (“dust lane” en anglais), en comparant le flux mesuré dans divers filtres au flux que l’on aurait dû mesurer en supposant la forme elliptique des isophotes intrinsèques. Leurs résultats établissent, d’une part que la taille des grains de poussière est vraisemblablement plus petite que dans la Voie Lactée (les gros grains seraient détruits par l’action des rayons X émis par le halo de gaz à  $10^7 \text{ K}$  qui englobe la galaxie) et, d’autre part, que l’extinction maximale mesurée dans le filtre bleu varie entre 0,15 et 0,35 magnitude. Dans une étude de la poussière dans le cœur de 64 galaxies elliptiques sélectionnées dans les archives du HST, Van Dokkum & Franx (1995) obtiennent une détection pour 31 d’entre elles (soit 48%). Les structures associées à la poussière sont irrégulières et variables d’une galaxie à l’autre. Elles s’étendent très rarement au-delà de 1 kpc et sont souvent confinées à l’intérieur de 300 pc (une extinction importante sur une zone étendue s’opposerait au fait que la plupart des galaxies E/SO révèle un noyau de cœur singulier (Crane et al 1993)). Des effets d’inclinaison semblent jouer sur la détection de la poussière et l’extinction est inférieure à 0,2 magnitude dans le visible pour les structures vues de face. En outre, la détection de poussières semble corrélée aux propriétés radio des galaxies :  $72\% \pm 16\%$  des radio galaxies présenterait de la poussière dans un échantillon complet, contre  $33\% \pm 9\%$  seulement pour les galaxies non radio. Enfin, Bregman et al. 1998 montrent que la quantité de poussière (en masse) dérivée à partir de l’émission thermique infra-rouge des galaxies E/SO est un ordre de grandeur supérieur à celle extraite des données d’extinction. Il ne faudrait donc pas inférer la quantité d’extinction directement à partir de la quantité de poussière déduite des observations en infra-rouge.

Finalement, l’évolution de l’extinction en fonction du redshift est à peu près inconnue. Intuitivement, on pourrait penser que les galaxies étaient plus transparentes dans le passé puisque l’enrichissement du milieu en éléments lourds et la métallicité en général étaient moindres. Des études menées sur des galaxies avec formation d’étoiles à haut redshift (“star-

burst galaxies”) apportent des résultats différents. Meurer et al. (1997) indiquent une extinction dans l’ultra-violet de 2 à 3 magnitudes, tandis que Pettini et al. (1998) pensent que l’extinction est plus modérée, comprise entre 1 et 2 magnitudes. Dans le premier cas, la phase transparente durant laquelle la formation d’étoiles serait un phénomène optique ne durerait que  $10^7$  à  $10^8$  années (Rowan-Robinson et al. 1997).

Malhotra et al. (1997) estiment la quantité d’extinction dans les galaxies-lentilles directement à partir de la comparaison des couleurs et des indices spectraux des mirages et de leur populations parentes de quasars. Ils trouvent non seulement que les mirages de radio-sources sont plus rouges que les mirages de sources optiques, mais également qu’ils ont un spectre plus pentu que les quasars radio en général (alors que les mirages de sources optiques ne peuvent être distingués des autres sources de l’échantillon optique). De la variation de l’indice spectral entre les mirages et les quasars radio ( $\delta\alpha = 1,9 \pm 0,27$ ), ces auteurs dérivent une extinction moyenne provoquée par la lentille dans le filtre V de  $2,3 \pm 0,7$  magnitudes (et ils réconcilient le nombre observé de mirages dans l’“AAT survey” avec les prédictions d’un modèle où  $\lambda_o = 0,9$ ). L’extinction ainsi obtenue est nettement plus importante que celle déduite des propriétés des galaxies locales. Cependant, cette méthode ne discerne pas les diverses origines – mal connues – du rougissement (extinction par la galaxie hôte du quasar, dispersion intrinsèque des couleurs, natures différentes des radio-sources, etc).

En conclusion, les effets attendus de l’extinction globale sont plus importants que ceux de l’extinction différentielle. L’extinction par les galaxies-lentilles de type E/SO est plus faible que par les spirales (et vaut quelques dixièmes de magnitude). La distribution spatiale de la poussière dans les galaxies semble variable et discontinue, ce qui rend fragile toute tentative de modélisation. Par contre, si la différence de couleur entre les radio-sources affectées d’un phénomène de lentille et les autres est due à de la poussière dans la lentille, l’extinction est alors considérable (Malhotra et al. 1997).

Devant cette situation quelque peu floue, nous décidons de conserver l’extinction globale  $Ext$  comme un paramètre à contraindre, sous l’hypothèse que  $Ext$  est constant et évolue seulement passivement avec le redshift de la lentille. L’extinction  $Ext(z)$  dans le filtre bleu est calculée en supposant que la loi d’extinction dans les lentilles est identique à celle de notre Galaxie, laquelle est donnée par Cardelli et al. (1989). La dégénérescence avec  $\lambda_o$  peut être levée en tenant compte de la distribution observée des redshifts des lentilles.

#### 4.2.4.7 Résumé

Cette longue discussion nous a amenés à faire des choix sur les paramètres du modèle que nous pourrions déterminer ou contraindre et ceux que nous maintiendrons constants au cours de notre analyse. La Table 4.2 résume l’ensemble des paramètres présents dans notre modélisation du phénomène de lentille gravitationnelle dans un échantillon de HLQs, leurs valeurs admises par défaut et la possibilité d’améliorer leur connaissance par notre analyse (cette possibilité est corrélée à l’importance de leur influence sur le modèle).

TAB. 4.2: Ensemble des paramètres du modèle, de leurs valeurs par défaut et de la capacité du modèle à les ajuster (ou à les contraindre). L'unité des grandeurs  $\phi_*$  est  $h^3 \text{ Mpc}^{-3}$ .

Paramètres	Valeurs par défaut	Ajustement (oui/non)	Paramètres	Valeurs par défaut	Ajustement (oui/non)
$\epsilon_o$	0,19	oui	$\gamma_{E/SO}$	$4,0 \pm 0,3$	non
$\sigma_\epsilon$	0,12	oui	$\gamma_S$	$2,6 \pm 0,2$	non
$\sigma_{*,E/SO}$	$225 \pm 20 \text{ km/s}$	oui	$\Omega_o$	1	oui
$\sigma_{*,S}$	$135 \pm 20 \text{ km/s}$	non	$\lambda_o$	0	oui
$\phi_{*,E/SO}$	$0,010 \pm 0,002$	oui	$\alpha_{N_q(b_q)}$	0,86	oui (SIS)
$\phi_{*,S}$	$0,014 \pm 0,003$	non	$\beta_{N_q(b_q)}$	0,28	non
$\alpha_{E/SO}$	$0,92 \pm 0,15$	non	$b_s$	19,15	oui (SIS)
$\alpha_S$	$0,81 \pm 0,15$	non	$E_{xt}$	0	oui (SIS)
			$\Delta E_{xt}$	0	non

## 4.2.5 Analyse statistique des échantillons par maximum de vraisemblance

### 4.2.5.1 Principe du maximum de vraisemblance

Selon le principe du maximum de vraisemblance, les valeurs estimées des paramètres d'un modèle sont celles qui rendent les résultats observés les plus probables, c'est-à-dire les plus vraisemblables. C'est une démarche *a posteriori*, qui se confond avec l'approche Bayésienne en l'absence de connaissance *a priori*. La vraisemblance  $V$  d'un résultat aléatoire donné  $X_o$  est la probabilité d'obtenir ce résultat, étant données les valeurs des  $n$  paramètres  $p_1, \dots, p_n$  :

$$V = f(X_o | p_1, \dots, p_n), \quad (4.22)$$

où  $f$  est la densité de probabilité associée à la variable aléatoire  $X$ . Les valeurs  $\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n$  cherchées pour les paramètres  $p_1, \dots, p_n$  sont celles qui maximisent la fonction  $V$ .

Si l'on observe  $N$  résultats aléatoires indépendants  $X_1, \dots, X_N$ , la vraisemblance s'écrit :

$$V(X_1, \dots, X_N | p_1, \dots, p_n) = \prod_{i=1}^N f(X_i | p_1, \dots, p_n). \quad (4.23a)$$

Généralement, on considère plutôt le logarithme de la vraisemblance,  $v$ , qui transforme le produit en une somme plus maniable :

$$v(X_1, \dots, X_N | p_1, \dots, p_n) = \sum_{i=1}^N \ln f(X_i | p_1, \dots, p_n). \quad (4.23b)$$

Lorsque la densité de probabilité  $f$  possède un seul paramètre  $p_1$ , on peut montrer assez facilement (voir par exemple Brandt 1970, Chap. 7) que pour un grand nombre d'observations, l'estimateur  $\bar{p}_1$  du paramètre  $p_1$  obtenu par maximum de vraisemblance est non biaisé. Dans

TAB. 4.3:  $v - v_{max} = -\Delta\chi^2/2$  en fonction de l'intervalle de confiance et du nombre de degrés de liberté  $\nu$  (adaptation de la Table de  $\Delta\chi^2$  de Press et al. 1990).

Probabilités	$\nu = 1$	$\nu = 2$
68,3% ( $1\sigma$ )	-0,50	-1,15
90,0%	-1,36	-2,31
95,4% ( $2\sigma$ )	-2,00	-3,09
99,0% ( $\sim 3\sigma$ )	-3,32	-4,61

ce cas, la vraisemblance associée à la valeur  $p_1$  du paramètre décroît de manière gaussienne :  $V(p_1)$  suit une loi asymptotiquement normale, centrée sur  $\bar{p}_1$  et de largeur  $\sigma = 1/E(v'^2(\bar{p}_1))$ , où  $v'$  est la dérivée de  $v$  selon  $p_i$  et  $E$  est l'espérance mathématique. L'intervalle de confiance à  $n\sigma$  pour les valeurs du paramètre  $p_1$  peut donc être déterminé par les 2 valeurs de  $p_1$  pour lesquelles  $V(p_1)$  est réduite d'un facteur  $e^{-n^2/2}$  par rapport au maximum (cela correspond à une diminution de  $v$  d'une quantité  $n^2/2$ ).

Pour un ensemble de  $n$  paramètres  $p_1, \dots, p_n$ ,  $-2v$  se comporte comme un  $\chi^2$ . Les intervalles de confiance associés à un sous-ensemble de  $\nu$  paramètres pris simultanément sont donnés par les projections dans un sous-espace à  $\nu$  dimensions des contours de  $v$  tels que  $v - v_{max} = -\Delta\chi^2/2$ , où  $\Delta\chi^2/2$  provient de la statistique du  $\chi^2$  pour un nombre de degrés de liberté égal à  $\nu$  (voir Table 4.3 pour  $\nu = 1$  ou 2).

#### 4.2.5.2 Application aux échantillons

Dans les sections précédentes, nous avons recherché les formulations des densités de probabilité associées à chaque grandeur mesurable par l'observation d'images multiples. Voyons comment et à quels échantillons s'applique le principe du maximum de vraisemblance. Dorénavant, nous appellerons  $p$  l'ensemble de paramètres  $p_1, \dots, p_n$ .

##### i) Échantillon optique

Nous avons vu au Chapitre 3 que l'échantillon total de HLQs dont nous disposons contient 1555 observations de 1164 HLQs différents (voir Table 3.1). Lorsque plusieurs observations d'un même quasar sont disponibles, nous retenons celle pour laquelle la probabilité  $P_{LG,tot}$  de découvrir un mirage est maximale. Parmi les 1164 HLQs, 6 mirages gravitationnels avec des séparations angulaires  $\Delta\theta < 3''$  ont été découverts (cfr. Table 3.2). La vraisemblance  $v_{N_L}$  de ces observations, étant donnés les paramètres  $p$ , est calculée à partir des probabilités individuelles que chacun des 6 mirages en soit un et qu'aucun des 1158 autres n'en soit un :

$$v_{N_L}(obs|p) = \sum_{i=1}^6 \ln P_{LG,tot}(z_{s,i}, b_i, FSA_i|p) + \sum_{i=1}^{1158} \ln(1 - P_{LG,tot}(z_{s,i}, b_i, FSA_i|p)), \quad (4.24)$$

où la probabilité  $P_{LG,tot}$  pour le  $i^{\text{ème}}$  quasar est obtenue par la relation (2.97), et dans le cas du modèle EIS, dépend de la multiplicité des images (voir éq. (4.15) pour la section efficace effective).



## ii) Échantillon de configuration angulaire

La séparation angulaire entre les images d'un mirage est directement liée au rayon angulaire d'Einstein de la lentille, pour les modèles EIS et SIS.

L'échantillon de configuration angulaire est défini à partir de toutes les images multiples de quasars pour lesquelles la FSA des observations est connue (voir Chapitre 3). Il est constitué de l'ensemble des quasars de la Table 4.1, à l'exception de HE1104-1805 dont la séparation angulaire entre les images est supérieure à  $3''$  (pour rappel, notre analyse porte uniquement sur les mirages avec  $\Delta\theta \leq 3''$  afin d'éviter la contamination par des amas de galaxies). Au total, nous avons 20 mirages, dont 6 découverts au sein de l'échantillon des HLQs.

La vraisemblance des valeurs de  $\theta_E$  dérivées pour ces 20 mirages (voir Table 4.1) en fonction des paramètres  $p$  s'écrit :

$$v_{\theta_E}(\overline{obs}|p) = \sum_{i=1}^{20} \ln P_{conf}(\theta_{E,i}, z_{s,i}, b_i, FSA_i|p), \quad (4.25)$$

où la probabilité  $P_{conf}$  d'avoir  $\theta_E$ , étant donné qu'on observe un mirage à  $N$  images et étant donné les paramètres  $p$ , se calcule au moyen des relations (2.98), (2.100), (2.93) et (4.15). Rappelons que la valeur du biais en amplification est fixée à 1 pour les mirages découverts dans le domaine radio.

## iii) Échantillon de configuration pour l'ellipticité

Les mirages gravitationnels aptes à la détermination de l'ellipticité doivent provenir d'un échantillon complet eu égard à chaque multiplicité d'images. Il faut également que le modèle EIS ait pu être ajusté (voir Table 4.1). L'échantillon de configuration pour la détermination de l'ellipticité des lentilles contient donc les 9 objets suivants : UM673, LBQS1009-0252, J03.13, PG1115+080 et H1413+117 (échantillon optique), et B0218+356, MG0414+0534, B1030+074 et B1422+231 (JVAS).

La vraisemblance des ellipticités observées est obtenue à partir de la densité de probabilité  $P_{obs,\epsilon}$  (éq. (4.17)) :

$$v_{\epsilon}(\overline{obs}|p) = \sum_{i=1}^9 \ln P_{obs,\epsilon}(\epsilon_i, z_{s,i}, b_i, FSA_i|p). \quad (4.26)$$

## iv) Échantillon de configuration pour le redshift ou la détection de la lentille

Nous avons vu à la Section 4.2.4.4 qu'il est possible de contraindre la valeur de la constante cosmologique  $\lambda_0$  à partir de la distribution des redshifts des galaxies.

Les densités de probabilité  $P_Z$ ,  $P_{ND}$  et  $P_D$ , associées à la mesure du redshift par spectroscopie optique ou à la (non) détection de la lentille, étant donnés  $\theta_E$ , la magnitude limite  $m_{lim}$  et la magnitude de la galaxie  $m_{gal}$ , sont données par les formules (4.18) et (4.20a-b).

Il reste à définir un échantillon de configuration et à estimer la magnitude limite pour chaque objet y figurant.

TAB. 4.4: Échantillon de configuration de la lentille et magnitudes limites (voir texte). Filtre *R*, sauf \* (filtre *H*, réf. CASTLe par défaut) et \*\* (filtre *I*).

Mirages	$z_l$	$m_{gal}$	$m_{lim}$	Noms	$z_l$	$m_{gal}$	$m_{lim}$
UM673	0,49	19,3	20,8	MG0414+0534	0,96	21,1**	23,5
Q1009-252	?	18,5*	20,5*	B0712+472	0,41	20,0**	23,5
J03.13	?	19,5*	20,5*	B1030+074	0,60	20,4**	21,0
PG1115+080	0,31	20,2	21,5	B1422+231	0,34	21,8	21,8
Q1208+1011	?	?	18,0	B1600+434	0,41	21,1	23,5
H1413+117	?	20,5 <sup>a</sup>	20,5*	B1608+656	0,63	20,0	23,5
BRI0952-011	?	18,5*	20,5*	MG1654+1346	0,25	18,7	24,0
SBS1520+530	?	19,2 <sup>b</sup>	20,5*				
HE2149-2745	?	20,4 <sup>c</sup>	21,5				

<sup>a</sup>Kneib et al. 1998.

<sup>b</sup>Crampton et al. 1998.

<sup>c</sup>Lopez et al. 1998.

L'échantillon de configuration en redshift est constitué par les 16 mirages de la Table 4.1 dont le redshift de la source  $z_s$  est connu (et  $\Delta\theta < 3''$ ), à l'exception de B0218+356, dont le redshift de la lentille a été déterminé grâce à son émission radio. La magnitude de la lentille et la magnitude limite sont consignées pour chacun de ces mirages à la Table 4.4. Les magnitudes limites sont calculées comme suit :

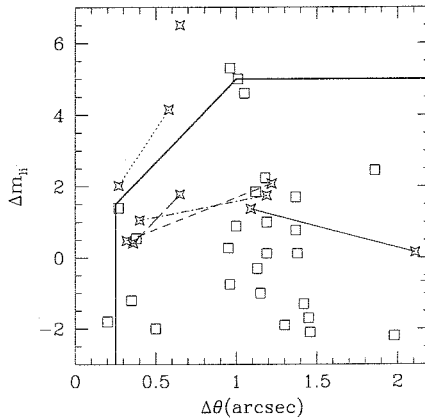


FIG. 4.21: Différence de magnitude entre la galaxie lentille et les images ponctuelles lorsque le redshift de la galaxie est mesuré en spectroscopie dans le visible (carrés), et lorsque la galaxie est seulement détectée dans le filtre *H* (symbole d'étoiles : HE1104-1805 (trait continu), J03.13 (trait pointillé), Q1009-252 (trait interrompu court), BRI0952-011 (trait interrompu long) et SBS1520+530 (trait alterné)). Les traits gras définissent la FSA empirique régissant la mesure possible du redshift de la galaxie.

TAB. 4.5: Ensemble des images multiples de quasars pour lesquelles le redshift de la lentille est découvert par spectroscopie optique. Les références ont trait au redshift, aux magnitudes et aux séparations angulaires respectivement. Elles sont explicitées dans la Table 4.6.

Noms	$z_l$	$m_l$	$m_{i,QSO}$	$\Delta m_{li}$	$\Delta \theta_{li} (")$	Réfs.
UM673	0,49	$R=19,3$	$R_A=16,85$ $R_B=18,75$	2,45 0,55	1,86 0,38	1, 2, 2
MG0414+0534	0,96	$I=21,08$	$I_{A_1}=20,07$ $I_{A_2}=20,95$ $I_B=20,95$ $I_C=21,83$	1,01 0,13 0,13 -0,75	1,19 1,19 1,38 0,96	3, 4, 5
B0712+472	0,41	$I=20$	$I_i > 22$	$< -2$	0,50	6, 7, 7
Q0957+561	0,36	$R=18,5$	$R_A=17,3$ $R_B=17,6$	1,2 0,9	5,20 1,00	8, 8, 8
B1030+074	0,60	$I=20,4$	$I_A=18,7$ $I_B=22,2$	1,7 -1,8	1,37 0,2	6, 9, 9
PG1115+080	0,31	$I=18,36$	$I_{A_1}=16,12$ $I_{A_2}=16,51$ $I_B=18,08$ $I_C=17,58$	2,24 1,85 0,28 0,78	1,18 1,12 0,95 1,37	10,11,11
B1422+231	0,34	$R=21,8$	$R_A=16,77$ $R_B=16,45$ $R_C=17,25$ $R_D=20,40$	5,0 5,3 4,6 1,4	1,01 0,96 1,05 0,27	12,13,14
B1600+434	0,41	$R=21,1$	$R_A=21,46$ $R_B=22,34$	-0,3 -1,2	1,13 0,35	6,15,15
B1608+656 <sup>a</sup>	0,63	$R = 20,0$	$R_A=21,0$ $R_B=21,7$ $R_C=21,9$ $R_D=23,2$	-1,0 -1,7 -1,9 -3,2	1,15 1,45 1,30 0,69	16,16,17
MG1654+1346	0,25	$R = 18,7$	$R_Q=20,9$	-2,2	1,98	18,18,18
MG2016+112	1,01	$I = 21,9$	$I_A=22,9$ $I_B=23,2$ $I_C=24,0$	-1,0 -1,3 -2,1	2,57 1,42 1,46	19,20,19

<sup>a</sup>La magnitude totale des 4 images vaut 20,2 ; nous avons appliqué les rapports de flux radio pour obtenir les magnitudes individuelles.

- Galaxie non détectée (Q1208+1011) : l'observation en bande  $V$  avec le HST ( $V_{lim} = 19$ , Bahcall et al. 1992) permet d'approximer la magnitude limite que la galaxie aurait dû avoir dans le filtre  $R$  pour être détectée dans le filtre  $V$ . En supposant qu'il s'agit d'une elliptique située à  $z \sim 1$ , on a  $V - R \sim 1$  (Fioc & Rocca-Volmerange 1997) et  $m_{lim,R} \sim 18$ . Il ne s'agit donc pas d'une observation très contraignante.
- Galaxie détectée, mais redshift inconnu. Comme attendu, de nombreuses lentilles ont été détectées dans le proche infra-rouge (bandes  $H$  et  $K$ ), notamment à l'aide du HST (projet CASTLE). Nous avons fixé la magnitude limite pour ces observations à 20,5 en

TAB. 4.6: Références associées à la Table 4.5

1- Surdej et al. 1988a	11- Kristian et al. 1993
2- CASTLe lens survey	12- Tonry 1998
3- Tonry & Kochanek 1998	13- Impey et al. 1996
4- Schechter & Moore 1993	14- Patnaik et al. 1992
5- Falco et al. 1997b	15- Jaunsen & Hjorth 1997
6- Fassnacht & Cohen 1998	16- Myers et al. 1995
7- Jackson et al. 1998b	17- Archive HST, PI E. Falco
8- Young et al. 1981	18- Langston et al. 1989
9- Xanthopoulos et al. 1998	19- Schneider et al. 1986
10- Kundić et al. 1997	20- Schneider et al. 1985

nous inspirant du résultat rapporté à la limite de détection par Kneib et al. (1998) pour la lentille de H1413+117. La galaxie de HE2149-2745 a été identifiée dans le filtre  $R$  (Lopez et al. 1998). La magnitude limite est choisie 5 magnitudes plus faible que les images du quasar, soit 21,5. Rappelons cependant ici que la contrainte la plus forte sur  $\lambda_o$  est obtenue pour  $m_{lim} = m_{gal}$  dans la bande concernée (voir éq. (4.20a)).

3. Redshift mesuré. Les spectres d'un grand nombre de galaxies détectées dans le visible ont pu être obtenus à l'aide du télescope Keck de 10m situé à Hawaï. Afin de déterminer  $m_{lim}$ , nous avons illustré à la Fig. 4.21 la différence de magnitude (dans le filtre  $R$  ou  $I$ ) entre la galaxie et les images-mirages de la source ponctuelle, en fonction de leur séparation angulaire. Nous avons retenu toutes les lentilles présentées à la Table 4.5. Une FSA peut ensuite être tracée empiriquement (voir Fig. 4.21). À partir de celle-ci,  $m_{lim}$  est déterminée en fonction de la magnitude et de la séparation angulaire des images ponctuelles.

**N.B. :** HE1104-1805 apparaît sur la Fig. 4.21 comme la lentille dont le redshift sera le plus facilement mesurable en spectroscopie infra-rouge.

La vraisemblance des redshifts et des (non) détections observées est quantifiée par la fonction suivante :

$$v_z(obs|p) = \sum_{i=1}^{N_Z} \ln P_Z(z_{l,i}, \theta_{E,i}, z_{s,i}, b_i, FSA_i, m_{lim,i}|p) + \quad (4.27)$$

$$\sum_{i=1}^{N_D} \ln P_D(\theta_{E,i}, z_{s,i}, b_i, FSA_i, m_{gal,i}|p) + \sum_{i=1}^{N_{ND}} \ln P_{ND}(\theta_{E,i}, z_{s,i}, b_i, FSA_i, m_{lim,i}|p),$$

où  $N_D$ ,  $N_{ND}$  et  $N_Z$  sont respectivement les nombres de lentilles détectées (6), non détectées (uniquement Q1208+1011) et dont le redshift est mesuré (9).

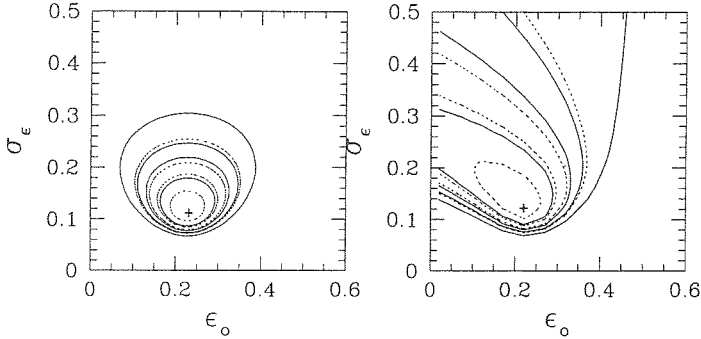


FIG. 4.22: Contours dans le plan  $(\epsilon_o, \sigma_\epsilon)$  de la vraisemblance  $v_\epsilon$  (éq. (4.26)), à gauche pour la distribution intrinsèque (éq. (4.16)) et à droite pour la distribution observée (éq. (4.17)) des ellipticités. La croix indique la position du maximum de vraisemblance et les contours successifs délimitent les intervalles de confiance à 68,3%, 90%, 95% et 99% à deux dimensions (traits continus) ou à une dimension (traits pointillés).

#### v) Vraisemblance totale

La vraisemblance totale à maximiser vaut :

$$v_{tot} = v_{N_L} + v_{\theta_E} + v_\epsilon + v_z. \quad (4.28)$$

### 4.2.6 Résultats et discussion

Dans cette section, nous présentons et discutons nos résultats obtenus par recherche du maximum de vraisemblance (voir Section 4.2.5), successivement pour l'ellipticité du déflecteur, pour les paramètres  $(\phi_{*,E/SO}, \sigma_{*,E/SO})$ , pour les paramètres cosmologiques et pour la fonction de comptage des quasars. Les valeurs non précisées de certains paramètres sont égales aux valeurs par défaut rassemblées à la Table 4.2.

#### 4.2.6.1 Ellipticité des déflecteurs

Les paramètres de la distribution des ellipticités projetées (voir éq. (4.16)) doivent être déterminés en premier lieu, afin de fixer le modèle de lentille. Les contours de vraisemblance calculés à partir des ellipticités ajustées à l'aide du modèle EIS pour les 9 HLQs présents dans l'échantillon optique et dans le JVAS (UM673, LBQS1009-0252, J03.13, PG1115+080, H1413+117, B0218+536, MG0414+0534, B1030+074 et B1422+231) sont illustrés à la Fig. 4.22. Le graphique de droite doit être considéré pour la détermination des paramètres ; il montre, comparativement au graphique de gauche, l'importance du biais observationnel associé au fait que les galaxies-lentilles sont révélées si les mirages gravitationnels eux-mêmes sont détectés. Les résultats numériques, pour un intervalle de confiance de 90% sur un paramètre, sont les suivants :

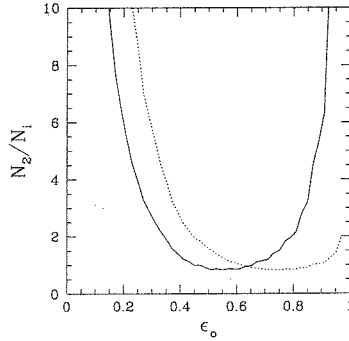


FIG. 4.23: Rapports entre le nombre de mirages à 2 images et à 3 ou 4 images (trait pointillé ou continu respectivement), dans l'échantillon optique de 1164 HLQs différents et en fonction de  $\epsilon_o$ .

$$\epsilon_o = 0, 22_{-0,22}^{+0,08}, \quad (4.29a)$$

$$\sigma_\epsilon = 0, 13_{-0,04}^{+0,21}. \quad (4.29b)$$

D'autre part, un test de  $\chi^2$  montre que les rapports observés entre les *nombre*s de mirages avec 2, 3 ou 4 images dans l'échantillon optique de 1164 HLQs ( $N_2 = 4$ ,  $N_3 = 1$  et  $N_4 = 1$ )<sup>12</sup> sont le mieux reproduits si  $\epsilon_o = 0, 29_{-0,12}^{+0,11}$  (intervalle de confiance à 90%). La Fig. 4.23 illustre les rapports entre les nombres de mirages de multiplicités différentes en fonction de  $\epsilon_o$ . L'estimation légèrement supérieure trouvée pour la valeur optimale de  $\epsilon_o$  reste en accord avec celle obtenue par maximisation de la vraisemblance des observations individuelles.

L'ellipticité moyenne privilégiée par le maximum de vraisemblance est en parfait accord avec l'ellipticité moyenne projetée des galaxies E/SO ( $\epsilon_o = 0, 19$ ) dérivée à partir des résultats de Jørgensen & Franx (1994). Les distributions de masse des galaxies-lentilles ne semblent pas révéler une ellipticité projetée supérieure à celle de la matière lumineuse, comme annoncé par Keeton et al. 1997. La présence d'un nombre plus important de mirages à deux images dans notre échantillon optique (*complet*) est sans doute à l'origine de cette conclusion divergente.

Les calculs de maximum de vraisemblance seront réalisés dans la suite en *fixant*  $\epsilon_o$  à sa valeur ajustée ( $\epsilon_o = 0, 22$ , éq. (4.29a)).

#### 4.2.6.2 Dispersion des vitesses et normalisation des galaxies E/SO

Les paramètres  $\phi_{*,E/SO}$  et  $\sigma_{*,E/SO}$  sont très influents sur la statistique des images multiples (voir Section 4.2.4). Inversement, il est possible de les contraindre efficacement à partir des observations. La Fig. 4.24 illustre les contours de la vraisemblance dans le plan ( $\phi_{*,E/SO}$ ,  $\sigma_{*,E/SO}$ ) (dans un modèle cosmologique d'Einstein - de Sitter sans extinction, cfr. Table 4.2).

<sup>12</sup>PG1115+080 a été découvert en tant que mirage à 3 images en raison de la FSA.

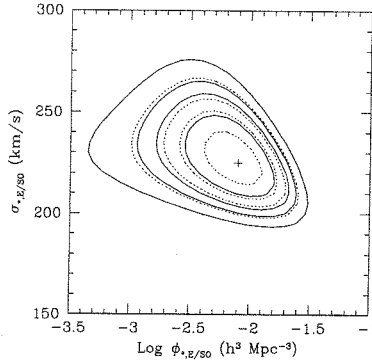


FIG. 4.24: Contours dans le plan  $(\phi_{*,E/SO}, \sigma_{*,E/SO})$  de la vraisemblance  $v_{tot}$  (éq. (4.28)). La croix indique la position du maximum de vraisemblance et les contours successifs délimitent les intervalles de confiance à 68,3%, 90%, 95% et 99% à deux dimensions (traits continus) ou à une dimension (traits pointillés).

Les valeurs des paramètres qui maximisent la vraisemblance  $v_{tot}$  (éq. (4.28)) et leur intervalle de confiance à 90% sont :

$$\log \phi_{*,E/SO} = -2,1^{+0,35}_{-0,50} (h^3 \text{Mpc}^{-3}), \quad (4.30a)$$

$$\sigma_{*,E/SO} = 225^{+25}_{-17} (\text{km/s}). \quad (4.30b)$$

Les valeurs des paramètres  $\phi_{*,E/SO}$  et  $\sigma_{*,E/SO}$  préférées par notre modèle sont comparables, voire identiques, à celles admises par défaut (voir Table 4.2).

Notre méthode estime la dispersion des vitesses dans le halo isotherme des galaxies. Nos résultats excluent, avec un degré de certitude de 99%, l'existence d'un facteur de correction  $\sqrt{1,5}$  dans l'estimation de  $\sigma_{*,E/SO}$  dans le halo à partir de la dispersion des vitesses des étoiles, comme cela a été prédit par Kochanek (1993b, 1994) (voir note en bas de page à la Section 2.2.3).

#### 4.2.6.3 Paramètres cosmologiques

La constante cosmologique  $\lambda_o$  est le paramètre cosmologique le plus influent sur les propriétés observables des mirages ; d'autre part il existe peu d'autres moyens de la déterminer observationnellement. Nous considérons successivement l'influence de la connaissance des redshifts ou des magnitudes des lentilles, de la population des galaxies spirales et de l'extinction.

Nous présentons ensuite les contraintes (plus faibles) imposables à  $\Omega_o$ . Enfin, nous comparons aux nôtres les résultats publiés dans la littérature et relatifs à la détermination de  $\lambda_o$ .

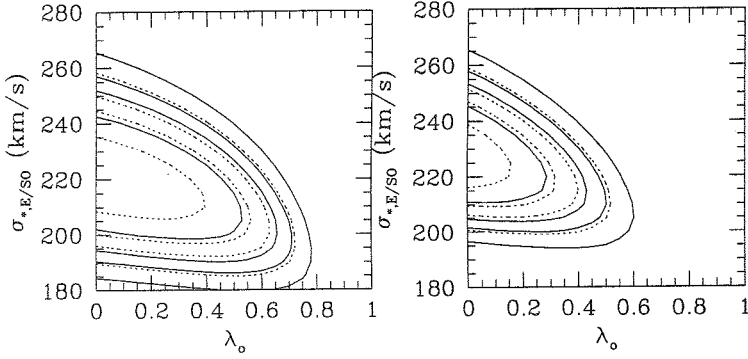


FIG. 4.25: Contours dans le plan  $(\lambda_o, \sigma_{*,E/50})$  de la vraisemblance  $v_{N_L} + v_{\theta_E} + v_{\epsilon}$  (à gauche) et de la vraisemblance  $v_{tot}$  (à droite). Les contours successifs délimitent les intervalles de confiance à 68,3%, 90%, 95% et 99% à deux dimensions (traits continus) ou à une dimension (traits pointillés). Moyenne de 10 simulations (voir texte) ; modèle EIS avec  $\epsilon_o = 0,22$  et modèle cosmologique plat ( $\Omega_o + \lambda_o = 1$ ).

### Contraintes sur $\lambda_o$

La Fig. 4.25 illustre, dans un Univers plat ( $\Omega_o + \lambda_o = 1$ ), les contours de la vraisemblance dans le plan des paramètres  $(\lambda_o, \sigma_{*,E/50})$ , d'une part lorsqu'on maximise uniquement la vraisemblance du nombre de mirages et des séparations angulaires de leurs images (graphique de gauche) et, d'autre part, lorsqu'on maximise également la vraisemblance des redshifts et des détections des galaxies ( $v_{\epsilon}$  est en fait totalement insensible à la valeur des paramètres différents de  $\epsilon_o$  et de  $\sigma_{\epsilon}$ ). Les résultats numériques respectifs sont les suivants :

$$\lambda_o < 0,55 \text{ à } 90\%, \quad (4.31a)$$

$$\lambda_o < 0,62 \text{ à } 95\%,$$

$$\lambda_o < 0,72 \text{ à } 99\%,$$

$$\sigma_{*,E/50} = 220 \pm 25(\text{km/s}), \quad (4.31b)$$

et

$$\lambda_o < 0,32 \text{ à } 90\%, \quad (4.31c)$$

$$\lambda_o < 0,40 \text{ à } 95\%,$$

$$\lambda_o < 0,52 \text{ à } 99\%,$$

$$\sigma_{*,E/50} = 225^{+22}_{-10}(\text{km/s}). \quad (4.31d)$$

**N.B. :** Les graphiques présentés à la Fig. 4.25 sont en fait les contours de la vraisemblance moyenne calculée au terme de 10 simulations réalisées pour des valeurs aléatoires des paramètres de Schechter  $\phi_{*,E/50}$ ,  $\phi_{*,S}$ ,  $\alpha_{E/50}$  et  $\alpha_S$ , des paramètres  $\gamma_{E/50}$  et  $\gamma_S$  (relations de Faber-Jackson et de Tully-Fisher (éq. (2.94))) et des magnitudes limites ou de détection des galaxies. Les lois de probabilité sont supposées gaussiennes ( $\sigma = 0,5$  mag. pour les magnitudes limites) ou log-normales (pour les normalisations  $\phi_*$  définies positives). Le résultat



est tout à fait comparable à celui obtenu pour les valeurs moyennes des paramètres. Par conséquent, le résultat obtenu est robuste vis-à-vis des erreurs aléatoires possibles sur ces paramètres.

La connaissance des redshifts ou de la magnitude des lentilles renforce considérablement la certitude de nos résultats : la contrainte sur  $\lambda_o < 0,55$  est affirmée avec un degré de certitude de 99% au lieu de 90%. Les contraintes offertes par le nombre de mirages dans l'échantillon et par les redshifts/magnitudes des lentilles sont en effet orientées dans le *même sens*, et cela affermit nos résultats. D'autre part, l'inclusion de la détection des galaxies ne modifie pas quantitativement l'intervalle préféré pour la valeur de  $\sigma_{*,E/SO}$ . La luminosité des lentilles déduite par la relation de Faber-Jackson est donc compatible avec leur détection<sup>13</sup>.

Si l'on exclut la contribution des galaxies spirales, la contrainte sur  $\lambda_o$  est affaiblie car la probabilité d'observer un mirage diminue. On obtient, uniquement par la statistique des images multiples : --

$$\begin{aligned}\lambda_o &< 0,72 \text{ à } 90\% , \\ \lambda_o &< 0,78 \text{ à } 95\% , \\ \lambda_o &< 0,85 \text{ à } 99\% ,\end{aligned}$$

et, en tenant compte de la connaissance des redshifts des lentilles :

$$\begin{aligned}\lambda_o &< 0,40 \text{ à } 90\% , \\ \lambda_o &< 0,49 \text{ à } 95\% , \\ \lambda_o &< 0,61 \text{ à } 99\% .\end{aligned}$$

Ces valeurs doivent être comparées à celles des relations (4.31a) et (4.31c) respectivement. Bien que l'efficacité des galaxies spirales à produire des mirages soit nettement plus faible que celle des galaxies E/SO (d'un facteur 0,25 si le seeing est excellent à un facteur 0,125 si  $FWHM \sim 1,5''$ ), leur contribution au sein de notre modélisation n'est pas négligeable comme l'affirme Kochanek (1996b).

L'extinction globale d'un QSO dans le filtre  $B$  par la poussière présente dans la lentille située au redshift  $z$  vaut :

$$Ext_B(z) = Ext_{B,0} f(z) ,$$

où  $Ext_{B,0}$  est l'extinction qu'aurait subie le quasar si la galaxie-lentille se trouvait en  $z = 0$ , et  $f(z)$  exprime l'évolution passive de l'extinction due au décalage de la bande passante en fonction de  $z$  et à la loi d'extinction en  $z = 0$ . Nous calculons  $f(z)$  en supposant valable la loi d'extinction interstellaire de la Voie Lactée (Cardelli et al. 1989) et nous déterminons la constante  $Ext_{B,0}$  par l'analyse du maximum de vraisemblance au sein du modèle de déflecteur SIS.

<sup>13</sup>Voir à ce propos l'analyse des simulations réalisées à la Section 4.2.7.

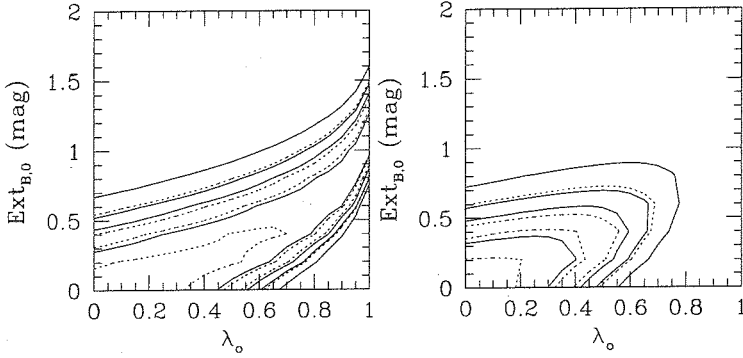


FIG. 4.26: Contours dans le plan  $(\lambda_o, Ext_{B,0})$  de la vraisemblance  $v_{NL} + v_{\theta_B} + v_{\epsilon}$  (à gauche) et de la vraisemblance  $v_{tot}$  (à droite). Les contours successifs délimitent les intervalles de confiance à 68,3%, 90%, 95% et 99% à deux dimensions (traits continus) ou à une dimension (traits pointillés). Modèle de déflecteur SIS et modèle cosmologique euclidien.

Les résultats sont présentés à la Fig. 4.26. L'effet de l'extinction sur le nombre de mirages gravitationnels est presque totalement dégénéré avec celui de  $\lambda_o$  (graphique de gauche). La connaissance supplémentaire des redshifts ou des magnitudes des lentilles lève cette dégénérescence (graphique de droite) et privilégie un Univers sans constante cosmologique où l'extinction dans les lentilles est faible :

$$\lambda_o < 0,45 \text{ à } 90\%, \quad (4.33a)$$

$$\lambda_o < 0,55 \text{ à } 95\%,$$

$$\lambda_o < 0,62 \text{ à } 99\%,$$

$$Ext_{B,0} < 0,35 \text{ mag à } 90\%, \quad (4.33b)$$

$$Ext_{B,0} < 0,45 \text{ mag à } 95\%,$$

$$Ext_{B,0} < 0,60 \text{ mag à } 99\%.$$

Bien qu'affaiblie, la contrainte sur  $\lambda_o$  reste significative.

### Contraintes sur $\Omega_o$

Les contraintes sur  $\Omega_o$  sont illustrées à la Fig. 4.27 dans le plan des paramètres cosmologiques  $(\Omega_o, \lambda_o)$  et dans le plan  $(\Omega_o, \sigma_{*,E/50})$  lorsque  $\lambda_o = 0$ . En présence d'une constante cosmologique non nulle, la contrainte sur  $\Omega_o$  est peu significative; on peut seulement dire qu'un Univers non vide est préféré et que le modèle d'Einstein - de Sitter ( $\Omega_o = 1, \lambda_o = 0$ ) est tout a fait acceptable. Si, par hypothèse  $\lambda_o = 0$  (graphique de droite), on obtient une limite inférieure pour la valeur de  $\Omega_o$  :

$$\Omega_o > 0,4 \text{ à } 90\%, \quad (4.34)$$

$$\Omega_o > 0,2 \text{ à } 95\%.$$

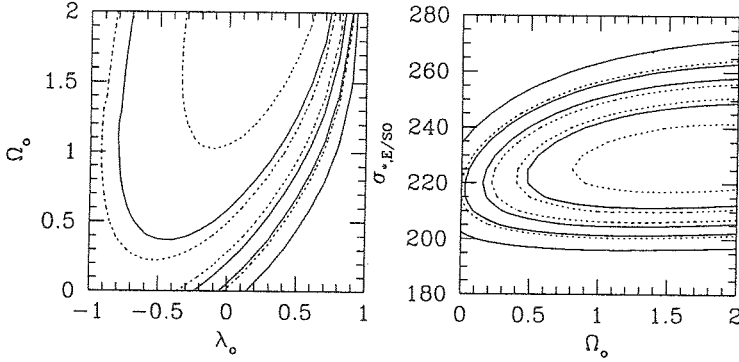


FIG. 4.27: Contours de la vraisemblance  $v_{tot}$  dans le plan  $(\lambda_o, \Omega_o)$  (à gauche) et dans le plan  $(\Omega_o, \sigma_{*,E/50})$  lorsque  $\lambda_o=0$  (à droite). Les contours successifs délimitent les intervalles de confiance à 68,3%, 90%, 95% et 99% à deux dimensions (traits continus) ou à une dimension (traits pointillés). Modèle de déflecteur EIS.

#### Discussion comparative des contraintes sur $\lambda_o$ .

Tout d'abord, nous comparons nos résultats relatifs à la limite supérieure de la valeur de  $\lambda_o$  dans un Univers euclidien avec d'autres études statistiques du phénomène de lentille gravitationnelle, et ensuite, avec le résultat publié dans le cadre de la détermination des paramètres cosmologiques à l'aide des supernovae (Riess et al. 1998).

Considérons en premier lieu la contrainte obtenue *sans* la connaissance des redshifts ou des magnitudes des lentilles. La limite à 90% de certitude ( $\lambda_o < 0,55$ , éq. (4.31a)) est identique au résultat publié par Claeskens et al. (1996b) à partir du même échantillon optique et du modèle SIS. Les contraintes obtenues en négligeant la contribution des spirales ( $\lambda_o < 0,72$  (0,78) avec un degré de certitude de 90% (95%), éq. (4.32a)) sont comparables aux contraintes obtenues par Kochanek (1996b) au moyen d'un échantillon optique de 862 quasars, du modèle SIS et de la même valeur des paramètres de la fonction  $N_q(b_q)$ :  $\lambda_o < 0,75$  (0,84) avec un degré de confiance de 90% (95%). De même, Falco et al. (1998) imposent  $\lambda_o < 0,73$  (avec 95% de certitude) à partir de l'étude statistique des mirages gravitationnels découverts dans le domaine radio à l'aide du JVAS (et d'une connaissance limitée de la fonction de luminosité des radio-sources). La contribution des spirales apparaît néanmoins significative dans notre modélisation.

En supposant que la magnitude absolue des lentilles  $M$  est reliée par la relation de Faber-Jackson à son rayon angulaire d'Einstein  $\theta_E$  (éq. (4.19b)) et en utilisant l'information disponible sur le redshift ou la magnitude de 16 lentilles, nous avons pu renforcer considérablement la contrainte sur  $\lambda_o$ . L'hypothèse de travail sur la relation  $M(\theta_E)$  est mise en défaut par l'observation d'un rapport  $M/L$  assez élevé pour les galaxies-lentilles : la séparation angulaire observée ne peut pas toujours être expliquée par la luminosité de la galaxie (voir par exemple le cas de HE1104-1805, Remy et al. 1998). Cependant, cette hypothèse affaiblit la contrainte déduite sur  $\lambda_o$  et une hypothèse plus réaliste ne ferait que renforcer nos conclusions. Il est remarquable de constater que prises individuellement, les contraintes obtenues par la statistique des images multiples et par la connaissance des red-

shifts/magnitudes des lentilles privilégient une faible valeur de  $\lambda_o$ . L'utilisation de cette nouvelle contrainte nous permet pour la première fois de simultanément consolider la limite supérieure de  $\lambda_o$  et de lever la dégénérescence induite par l'existence éventuelle d'extinction des quasars par de la poussière dans les lentilles. Nous retiendrons finalement qu'avec un degré de certitude de 95%,  $\lambda_o < 0,55$  (éq. (4.33a)) et l'extinction locale dans le filtre  $B$ ,  $Ext_{B,0}$  est inférieure à 0,45 magnitude (éq. (4.33b)). Ce résultat reste quasiment inchangé si l'on élimine à la fois l'extinction et les galaxies spirales. En l'absence d'extinction seulement, la contrainte précédente sur  $\lambda_o$  devient certaine avec 99% de chance.

Des résultats très récents, publiés dans le cadre de la détermination des paramètres cosmologiques au moyen des mesures de distance des supernovae de type Ia situées à grand redshift (actuellement  $z \lesssim 1$ ), semblent révéler une valeur *non nulle* de  $\lambda_o$  et la nature accélérée de l'expansion universelle (Riess et al. 1998). Le modèle cosmologique d'Einstein - de Sitter est exclu à  $7\sigma$  et, dans un Univers euclidien, les distances des supernovae sont reproduites au mieux si  $\lambda_o = 0,76$ . Cette valeur de  $\lambda_o$  est rejetée par notre étude avec 94% de certitude si la contribution des galaxies spirales est négligée et si l'information des redshifts des lentilles n'est pas utilisée; elle est rejetée avec un degré de certitude supérieur à 99% dans tous les autres cas. Les résultats des deux études sont conflictuels dans la mesure où le nôtre prévoit une borne supérieure à  $\lambda_o$  et celui de Riess et al. (1998) une borne inférieure. Les intervalles de confiance à 95% sont quasiment disjoints :  $\lambda_o < 0,55$  (éq. (4.33a)) et  $\lambda_o > 0,5$  (Riess et al. 1998). Les valeurs de  $\lambda_o$  comprises entre les limites à 99% obtenues par les deux études sont illustrées à la Fig. 1.2.

L'avantage réel de notre méthode est de ne pas dépendre de l'existence hypothétique d'un standard lumineux et d'échapper à la filière des calibrations intermédiaires qui est une source de propagation d'erreurs systématiques. De plus, la statistique des images multiples est *formellement* indépendante de la valeur de la constante de Hubble  $H_o$  et le volume sondé de l'Univers s'étend jusqu'à un redshift supérieur à deux, où les effets de  $\lambda_o$  sur l'expansion universelle sont plus marqués. La distance des supernovae est en moyenne 10 à 15% supérieure à celle attendue dans un Univers avec  $\Omega_o = 0,2$  et  $\lambda_o = 0$  (Riess et al. 1998). Dans ce même Univers, une diminution de la luminosité intrinsèque des supernovae distantes de 0,2 magnitude rendrait compte du flux apparent observé. Dès lors, on réalise avec quel degré de précision l'extinction dans la galaxie hôte et l'évolution cosmique de la luminosité et des couleurs intrinsèques des supernovae en fonction de l'âge et de la métallicité de l'étoile défunte doivent être connues avec précision pour ne pas fausser les résultats. Notre méthode est moins sensible à l'évolution car elle ne repose pas sur des mesures directes de distances.

La sous-estimation de l'extinction dans les galaxies distantes pourrait être à l'origine du désaccord entre nos résultats et ceux basés sur les supernovae : elle entraînerait la surestimation à la fois des distances des supernovae et du nombre attendu de mirages gravitationnels. Comme nous l'avons vu, les redshifts modérés des lentilles semblent cependant préférer une faible extinction et une faible valeur de  $\lambda_o$ . Nous réalisons ici l'urgence d'observations dirigées vers l'estimation précise de l'extinction dans les galaxies distantes. Notons enfin au passage que la présence d'extinction extérieure à la lentille (par exemple dans la galaxie hôte de certains quasars) *renforcerait* nos résultats car ces quasars seraient intrinsèquement plus brillants qu'ils n'apparaissent et, par conséquent, le biais en amplification serait plus important que celui calculé en l'absence d'extinction.

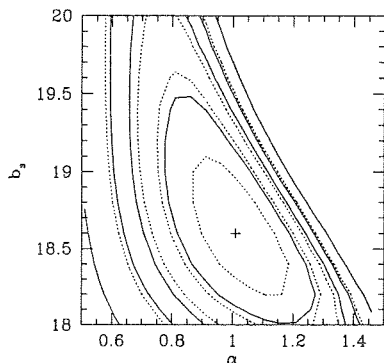


FIG. 4.28: Contours dans le plan  $(\alpha, b_s)$  de la vraisemblance  $v_{tot}$  (éq. (4.28)) pour la description en double loi de puissance de  $N_q(b_q)$ . La croix indique la position du maximum de vraisemblance et les contours successifs délimitent les intervalles de confiance à 68,3%, 90%, 95% et 99% à deux dimensions (traits continus) ou à une dimension (traits pointillés).

Si l'on ne tient pas compte de l'information contenue dans le redshift ou les magnitudes des lentilles, tout phénomène qui diminue systématiquement la probabilité de découverte d'un mirage entraîne une relaxation de la limite supérieure de  $\lambda_o$  calculée à partir de la statistique des images multiples dans un échantillon. Ainsi, Chiba & Yoshii (1998) tentent d'abolir la tendance conflictuelle présente entre les résultats déjà publiés par Kochanek (1996b) et ceux de la vendange récente des supernovae. Ils modifient la fonction de luminosité de Schechter des galaxies E/SO en éliminant les galaxies de faibles luminosités et trouvent, à partir de l'échantillon de quasars de Kochanek (1996b), que dans un Univers plat  $\lambda_o = 0,7_{-0,38}^{+0,2}$  avec un degré de confiance de 90% ; ils rejettent un Univers d'Einstein - de Sitter avec une certitude de 98%. Ils affirment que la distribution théorique des séparations angulaires des images est en meilleur accord avec les observations. Nous ne décelons cependant aucune anomalie statistique dans notre modèle (voir ci-dessous, Section 4.2.7) et ce résultat s'oppose à ceux déduits au moyen des redshifts des lentilles. Déjà en 1997, Malhotra et al. (1997) réconcilient la statistique des images multiples et  $\lambda_o = 0,9$  en invoquant une extinction importante des quasars et le caractère incomplet des échantillons. La quantité d'extinction requise (plus de 2 magnitudes) est nettement supérieure à celle observée dans les galaxies E/SO locales (voir Section 4.2.4.6) et, à nouveau, ne semble pas être privilégiée par l'observation des redshifts des lentilles (voir Fig. 4.26 et éq. (4.33b)).

#### 4.2.6.4 Paramètres de la fonction de comptage des quasars

Les valeurs de la pente  $\alpha$  et du coude  $b_s$  de la fonction de comptage des QSOs par degré carré  $N_q(b_q)$  (éq. (2.90) et Section 4.2.4.5) influencent le biais en amplification. Il est donc possible de les contraindre. La vraisemblance totale  $v_{tot}$ , calculée pour des raisons de facilité au sein du modèle SIS, est représentée dans le plan  $(\alpha, b_s)$  sur le graphique de gauche de la Fig. 4.28. L'analyse des contours fournit la détermination statistique et l'intervalle de confiance à 90% des paramètres :

TAB. 4.7: Ensemble des paramètres du modèle ajustés par maximum de vraisemblance.

Paramètres	Valeurs ajustées	Paramètres	Valeurs ajustées
$\epsilon_o$	$0,22^{+0,08}_{-0,22}$	$\Omega_o$	1
$\sigma_\epsilon$	$0,13^{+0,21}_{-0,04}$	$\lambda_o$	0
$\sigma_{*,E/SO}$	$225^{+25}_{-17}$ km/s	$\alpha_{N_q(b_q)}$	$1,00^{+0,25}_{-0,25}$
$\log \phi_{*,E/SO}$	$-2,1^{+0,35}_{-0,50}$ h <sup>3</sup> Mpc <sup>-3</sup>	$b_s$	$18,6^{+1,0}_{-0,7}$
		<i>Ext</i>	0

$$\alpha = 1,00^{+0,25}_{-0,25}, \quad (4.35a)$$

$$b_s = 18,6^{+1,0}_{-0,7}. \quad (4.35b)$$

Les contraintes obtenues sur les paramètres  $\alpha$  et  $b_s$  ne sont pas très fortes. Elles semblent indicatives que le comptage des QSOs pourrait être plus pentu que dans l'estimation de Narayan (1989). Les valeurs par défaut retenues pour  $\alpha$  et  $b_s$  (0,86 et 19,15 respectivement, voir Table 4.2) se trouvent néanmoins dans le domaine d'acceptation à  $1\sigma$ . Nous ne les avons pas modifiées pour le calcul des autres paramètres.

Les valeurs de  $\alpha$  et de  $b_s$  privilégiées par la vraisemblance des observations de mirages confirment l'adéquation de la *double* loi de puissance pour décrire le comptage des quasars. La prépondérance d'une simple loi de puissance aurait entraîné le maximum de vraisemblance vers une valeur plus élevée de la magnitude  $b_s$  de transition entre les deux régimes.

#### 4.2.7 Résumé et validité du modèle

Les valeurs des paramètres déterminées par l'analyse statistique des mirages gravitationnels dans un échantillon de quasars sont résumées dans la Table 4.7 et peuvent être comparées à celles retenues a priori et répertoriées dans la Table 4.2. En général, les valeurs estimées sont fidèles aux valeurs a priori ; c'est un signe de cohérence et que le phénomène de mirage gravitationnel peut s'expliquer à partir de notre connaissance des propriétés des galaxies locales.

Pendant, le crédit accordé aux résultats repose sur la capacité du modèle à reproduire les observations. Pour tester cela, il suffit de fixer les paramètres à leurs valeurs préférées par la maximisation de la vraisemblance des données et de générer ensuite, à l'aide du modèle, les caractéristiques de mirages gravitationnels présents au sein d'un échantillon synthétique de quasars, dont les propriétés statistiques sont calquées sur l'échantillon réel. La vraisemblance des observations réelles ne peut pas être significativement différente de la vraisemblance des observations simulées. Un grand nombre de simulations permet de comparer la vraisemblance des observations réelles à la distribution attendue de la vraisemblance. Bien sûr, l'adéquation du modèle n'exclut pas l'existence d'un *meilleur* modèle.

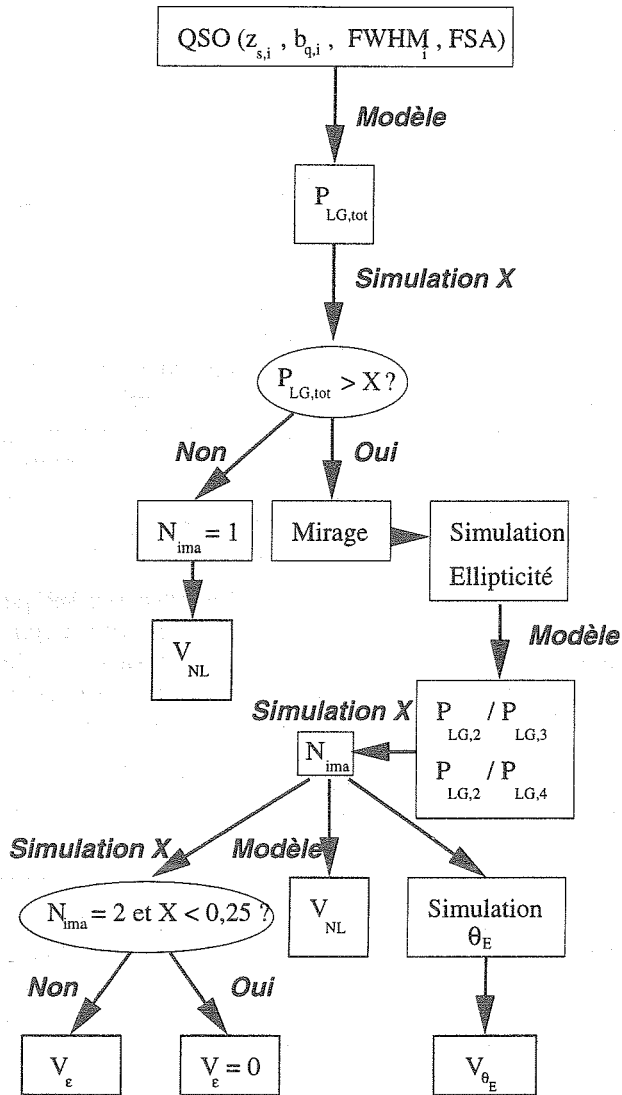


FIG. 4.29: Algorithme de simulation de l'observation d'un QSO présent dans l'échantillon synthétique et de détermination des vraisemblances  $v_{NL}$ ,  $v_{\theta_E}$  et  $v_\epsilon$ .  $X$  est une variable aléatoire dont la distribution de probabilité est uniforme entre 0 et 1.

Nous avons réalisé de telles simulations afin de nous assurer de la reproductibilité par le modèle :

1. du nombre de mirages de chaque multiplicité dans l'échantillon optique ;
2. des séparations angulaires des images et de l'ellipticité et du redshift des déflecteurs associés aux mirages présents dans les échantillons de configuration respectifs.

Ces simulations sont réalisées en trois étapes, à savoir la création d'un échantillon synthétique, l'attribution des caractéristiques des mirages simulés au sein de celui-ci et enfin la simulation des propriétés des mirages présents dans les échantillons de configuration. Nous détaillons la réalisation de ces trois étapes ci-après :

1. **Échantillon synthétique** : Pour chaque FSA, nous simulons le redshift, la magnitude bleue et le seeing (FWHM) d'un nombre de quasars identique à celui du vrai échantillon. Le redshift et le seeing d'un quasar donné sont générés par la méthode de Monte-Carlo appliquée aux fonctions de répartition respectives, observées dans le sous-échantillon. La magnitude étant corrélée au redshift, nous déterminons tout d'abord la droite de régression exprimant au mieux la relation  $b(z)$  dans le sous-échantillon réel. La valeur de la magnitude est ensuite simulée suivant une distribution gaussienne, centrée sur  $b(z_{s,i})$  (où  $z_{s,i}$  est la valeur simulée du redshift) et de largeur  $\sigma$  donnée par  $\sigma^2 = \chi^2/(n-1)$ , où  $\chi^2$  est le minimum du  $\chi^2$  obtenu par l'ajustement de la droite, et  $n$  est le nombre de quasars dans le sous-échantillon.
2. **Simulation des mirages présents dans l'échantillon synthétique** : L'algorithme schématisé à la Fig. 4.29 illustre comment les mirages, leurs propriétés et leurs vraisemblances sont simulés au sein de l'échantillon synthétique. Les simulations de l'ellipticité et du rayon angulaire d'Einstein sont également réalisées par la méthode de Monte-Carlo, appliquée cette fois aux fonctions de répartition respectives prédites par le modèle. Lorsqu'un mirage possède deux images, une fois sur quatre en moyenne la vraisemblance associée à l'ellipticité est fixée à zéro, afin de rendre compte de l'indétermination observationnelle de l'ellipticité du déflecteur de Q1208+1011. Nous ne simulons pas le redshift des lentilles, car il devrait être assorti d'une magnitude limite, que nous ne connaissons pas a priori, pour calculer la vraisemblance.
3. **Simulation des propriétés des mirages dans les échantillons de configuration** : Les échantillons de configuration ne sont pas simulés. Pour l'échantillon de configuration angulaire, nous reprenons les 14 mirages observés qui ne figurent pas dans l'échantillon optique observé et nous générons aléatoirement leur séparation angulaire, étant donné le nombre d'images observé. De même nous simulons l'ellipticité des 4 mirages en provenance du JVAS dans l'échantillon destiné à la détermination de  $\epsilon$  et de  $\sigma_\epsilon$ . Enfin, nous reprenons l'ensemble des 16 mirages de l'échantillon de configuration associée au redshift ou à la détection de la galaxie. Nous simulons le redshift et par suite la magnitude de la lentille à partir de la distribution intrinsèque de probabilité (voir éq. (2.91)). Nous décidons ensuite si elle est détectable en fonction de la magnitude limite et de la bande passante des observations réelles. Lorsque le redshift réel est connu, nous vérifions si le redshift simulé est mesurable. La vraisemblance est ensuite calculée au moyen de la formule (4.27).



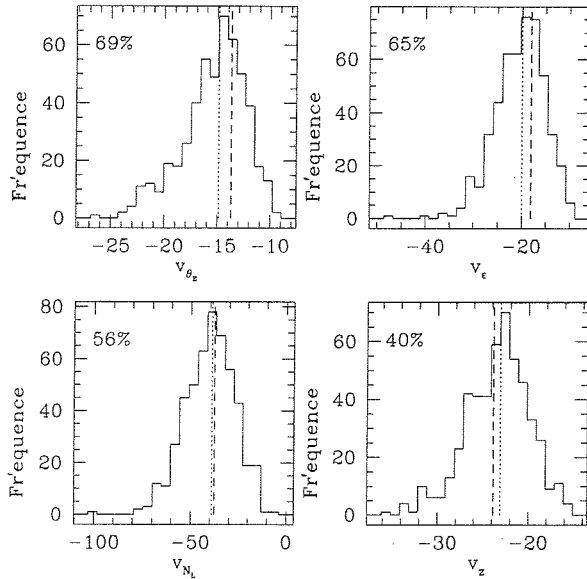


FIG. 4.30: Histogrammes de 500 simulations de la vraisemblance de configuration angulaire ( $v_{\theta_E}$ , en haut à gauche), de la vraisemblance de l'ellipticité ( $v_e$ , en haut à droite), de la vraisemblance du nombre de mirages dans l'échantillon optique ( $v_{N_L}$ , en bas à gauche) et de la vraisemblance des redshifts ou des (non)détections des lentilles ( $v_z$ , en bas à droite). Les traits pointillés représentent la médiane des simulations et les traits interrompus les valeurs observées. Le pourcentage de simulations moins "vraisemblables" que l'observation est indiqué en haut à gauche de chaque graphique.

Les résultats de 500 simulations sont représentés graphiquement sur les Figs. 4.30 à 4.32. Ils abondent largement en faveur de la cohérence du modèle, puisque la vraisemblance observée se situe à proximité de la valeur médiane des vraisemblances simulées. En effet, la Fig. 4.30 montre que 56% (respectivement 40%, 69% et 65%) des simulations ont une vraisemblance  $v_{NL}$  (respectivement  $v_z$ ,  $v_{\theta_E}$  et  $v_e$ ) associée au nombre de mirages (respectivement au redshift des lentilles, aux séparations angulaires et à l'ellipticité) inférieure à la valeur observée. Plus les observations sont anormalement *groupées* autour du maximum de probabilité, plus la vraisemblance observée est élevée par rapport à la valeur médiane; inversement, plus elles sont *groupées* dans la queue de la distribution, plus la vraisemblance observée est faible par rapport à la valeur médiane.

La Fig. 4.31 montre le détail des contributions à la vraisemblance  $v_{NL}$  des QSOs à 1, 2, 3 et 4 images. L'observation d'un mirage avec 3 images<sup>14</sup> au lieu d'un mirage supplémentaire avec 2 images apparaît immédiatement comme une anomalie, bien que celle-ci ne soit pas statistiquement significative (28% de chance) et semble seulement amplifiée par les petits nombres mis en jeu. Ce fait est corroboré par les nombres attendus de mirages en fonction

<sup>14</sup>Il s'agit de PG1115+080, physiquement constitué de 4 images mais découvert à l'origine avec 3 images, en raison de l'effet de sélection de la FSA (dont nous tenons compte dans notre modèle).

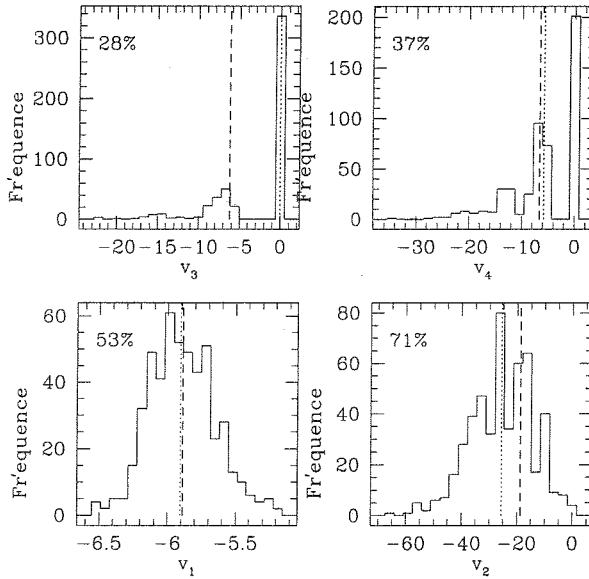


FIG. 4.31: Histogrammes de 500 simulations de la vraisemblance du nombre de QSOs dans l'échantillon synthétique avec 1 image (en bas à gauche), 2 images (en bas à droite), 3 images (en haut à gauche) et 4 images (en haut à droite). Les traits pointillés représentent la médiane des simulations et les traits interrompus les valeurs observées. Le pourcentage de simulations moins "vraisemblables" que l'observation est indiqué en haut à gauche de chaque graphique.

de la multiplicité de leurs images :

$$N_2 = 4,79 \pm 2,00, N_3 = 0,38 \pm 0,63, N_4 = 0,85 \pm 0,88, N_{tot} = 6,02 \pm 2,20.$$

Enfin, la Fig. 4.32 représente les histogrammes de  $v_z$  pour chacun des 16 mirages de l'échantillon de configuration en redshift. Elle permet de vérifier la vraisemblance de ces observations individuelles, étant données les magnitudes limites. Les objets "déviant" sont les suivants :

- CLASS1608+656 : le redshift observé de la lentille ( $z_l = 0,63$ ) est plus élevé qu'attendu (3,6% seulement des simulations sont moins probables), étant donné le redshift de la source ( $z_s = 1,39$ ).
- BRI0952-011 : la détection et la magnitude de la galaxie ( $H=18,5$ ) sont étonnantes (5,2% des simulations sont plus invraisemblables) au vu du redshift élevé de la source ( $z_s = 4,5$ ).
- MG0414+0534 : moins de 10% des lentilles simulées ont un redshift supérieur ou égal au redshift observé ( $z_l = 0,96$ ). Il s'agit donc d'une configuration observée relativement peu vraisemblable selon notre modèle.

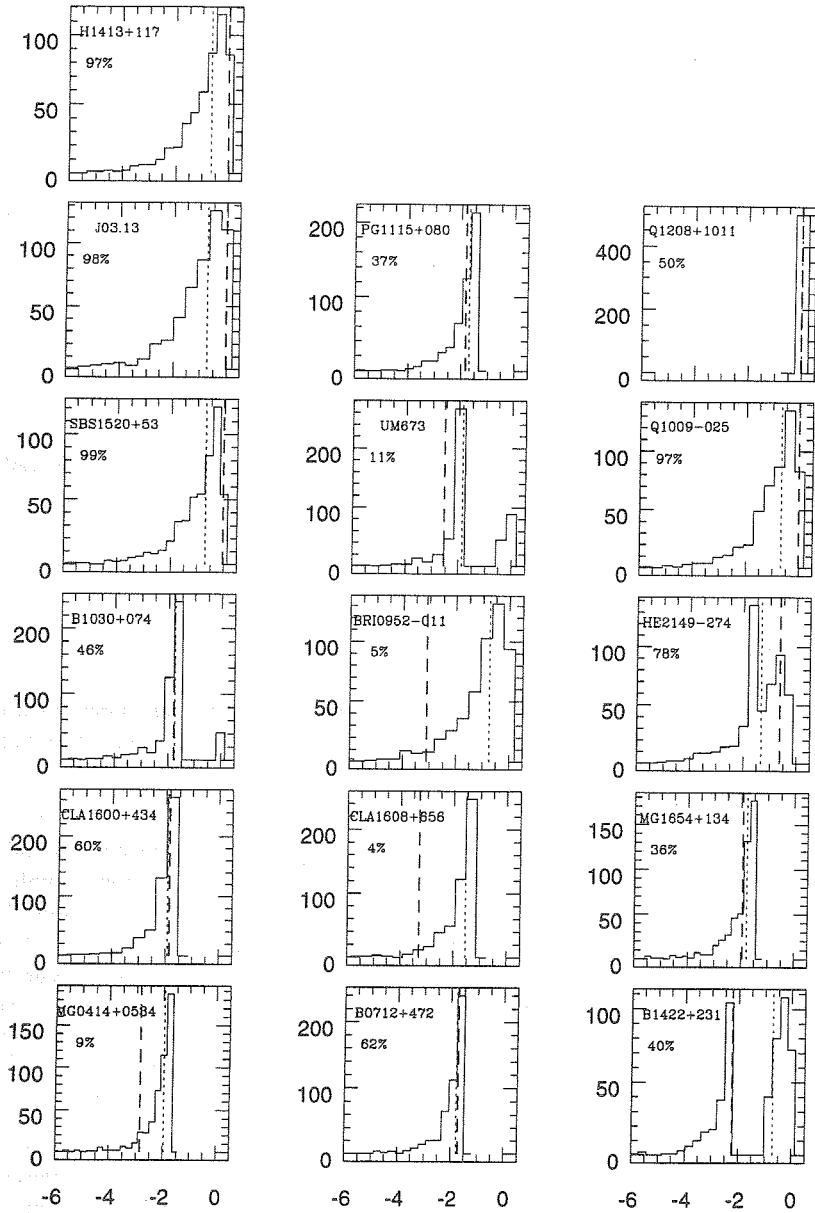


FIG. 4.32: Histogrammes de 500 simulations de  $v_z$  (en abscisse) pour chaque mirage de l'échantillon de configuration pour le redshift ou la détection de la lentille. Les traits pointillés représentent la médiane des simulations et les traits interrompus les valeurs observées. Le pourcentage de simulations moins "vraisemblables" que l'observation est indiqué à gauche de chaque graphique.

- SBS1520+53, Q1009-025, J03.13 et H1413+117 : 4 mirages dont la lentille a été détectée en bande  $H$ , et pour lesquels plus de 97% des simulations prévoient une galaxie plus brillante que celle observée. Il s’agit d’un comportement systématique qui trouve son origine dans la corrélation totale dans notre modèle entre la magnitude absolue de la lentille et la séparation angulaire des images (relation de Faber-Jackson/Tully-Fisher, éq. (2.94)). Cette corrélation fait fi d’une modification du rapport masse-sur-luminosité ( $M/L$ ) des galaxies-lentilles par rapport aux galaxies de champ, comme cela semble observé (voir par exemple la galaxie-lentille de HE1104-1805, Remy et al. 1998). Quelle est la conséquence de cette surestimation de la luminosité des galaxies ? La probabilité attendue de détecter une lentille à grand redshift décroît moins vite avec l’augmentation de la constante cosmologique  $\lambda_0$ . Par conséquent, la contrainte sur  $\lambda_0$  offerte par la détection des défecteurs est moins forte. La limite supérieure de  $\lambda_0$  discutée à la section précédente serait donc *renforcée* si ce biais systématique pouvait être corrigé de manière réaliste.
- Q1208+1011 : il s’agit d’un cas particulier pour lequel *aucune* simulation ne prévoit la détection de la lentille en raison de la faible luminosité attendue de la galaxie (car la séparation angulaire entre les images est faible) et de la magnitude limite relativement brillante. De fait, la lentille n’est pas observée.

### 4.3 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons exploité l’information disponible relative au nombre d’images multiples découvertes dans un vaste échantillon de HLQs et aux propriétés observationnelles d’un nombre plus large de mirages gravitationnels, dans le but de déterminer ou de contraindre les valeurs de certains paramètres cosmologiques ou astrophysiques.

Dans la première partie, nous avons employé le modèle de défecteur ponctuel afin de contraindre la densité cosmologique  $\Omega_L$  d’une population hypothétique d’objets sombres et compacts, supposée uniforme dans l’espace. La présence d’un seul mirage susceptible d’être formé par un défecteur ponctuel dans un échantillon de 1164 HLQs nous a permis de limiter, avec un degré de certitude de 99,7%, la valeur de  $\Omega_L$  associée à des objets compacts de  $10^{11,1} M_\odot$  à 0,0027. Il s’agit de la contrainte la plus forte jamais imposée dans un domaine de masse particulier. Elle limite fortement l’existence d’une population de halos de masse galactique n’abritant pas de galaxie, telle que prédite par le modèle “Cold Dark Matter” (Navarro et al. 1996).

Dans la seconde partie, nous avons représenté le défecteur par un modèle elliptique, isotherme et singulier (EIS) afin de rendre compte simultanément d’une part, du nombre de mirages dans l’échantillon de 1164 HLQs et, d’autre part, des propriétés d’un ensemble de mirages sélectionnés dans des échantillons de configuration (multiplicité des images, séparation angulaire entre les images et redshift ou (non) détection de la lentille). Les hypothèses de travail suivantes ont été adoptées : la population de défecteurs est spatialement uniforme et ses propriétés gravitationnelles n’évoluent pas en fonction du redshift ; les mirages avec une séparation angulaire supérieure à  $3''$  sont négligés afin d’éviter les effets de lentille dus à des amas de galaxies ; la magnitude absolue d’une lentille est déduite à partir de son rayon angulaire d’Einstein et de son redshift ; la fonction de comptage des quasars

$N_q(b_q)$  est supposée non perturbée par le phénomène de lentille gravitationnelle. Le modèle EIS a été ajusté à l'ensemble des mirages utilisés dans cette étude et reproduit avec succès les positions observées des images. Nous avons montré au moyen de simulations que le modèle EIS fournit une description statistiquement acceptable de l'ensemble des observations.

Nous avons examiné l'influence potentielle des différents paramètres du modèle, et notamment de l'extinction globale et de l'extinction différentielle des images, sur la probabilité de découverte d'un mirage gravitationnel. Nous avons signalé qu'une modélisation avec une extinction globale de 1,8 magnitude systématiquement produite par la lentille et un Univers plat dominé par la constante cosmologique donne lieu à autant de mirages observables qu'une modélisation sans extinction et avec l'Univers d'Einstein - de Sitter. Les valeurs des paramètres dominants en accord avec l'observation des mirages ont ensuite été établies ou contraintes de façon statistique par la technique de recherche du maximum de vraisemblance et de ses contours.

Nous retiendrons particulièrement que la valeur de  $\lambda_o$  doit être inférieure à 0,55 ( $\Omega_o + \lambda_o = 1$ )<sup>15</sup> avec un degré de certitude de 95%, si l'on tient compte à la fois de l'extinction globale possible (inférieure à 0,45 magnitude avec une probabilité de 95%) et de l'information contenue dans les redshifts ou les magnitudes des lentilles; dans le cas contraire, la même limite supérieure est accréditée d'un degré de confiance de 90%. Le nombre d'images multiples (attendu sans extinction) dans l'échantillon de 1164 HLQs et les observations des redshifts/magnitudes des lentilles sont *individuellement* favorables à une faible valeur de  $\lambda_o$ . Notre résultat est en conflit (niveau de signification statistique supérieur à 99%) avec l'annonce suivant laquelle  $\lambda_o$  doit valoir 0,76 pour reproduire au mieux les distances observées des supernovae (Riess et al. 1998). De façon plus générale, nous prévoyons une limite supérieure pour  $\lambda_o$  tandis que l'observation de supernovae induit une borne inférieure à sa valeur. Les intervalles de confiance à 95% sont quasi disjoints. Notre approche a l'avantage de ne pas reposer sur l'existence de standards ou sur une mesure précise de distance. La sous-estimation de l'extinction dans les galaxies distantes pourrait être à l'origine de ce désaccord. L'existence d'effets systématiques dans notre étude semble fortement limitée par la cohérence de notre modèle et sa capacité à reproduire les propriétés locales des galaxies.

Les valeurs privilégiées de l'ellipticité  $\epsilon$  et de la dispersion des vitesses dans les galaxies E/SO,  $\sigma_{*,E/SO}$ , sont en effet tout a fait comparables aux valeurs obtenues indépendamment dans la littérature. L'ellipticité associée à la distribution de matière ne semble pas supérieure à celle de la distribution de lumière, comme annoncé par Keeton et al. (1997). D'autre part, nous confirmons (avec un degré de confiance de 99%) l'absence d'un facteur de correction de  $\sqrt{1,5}$  dans le calcul de la dispersion des vitesses dans le halo (Kochanek 1993b, 1994). Enfin, notre analyse statistique semble en accord avec le choix des paramètres de la fonction de comptage des QSOs en double loi de puissance,  $N_q(b_q)$ , bien qu'une valeur légèrement plus élevée soit préférée pour la pente des comptages à faible magnitude.

<sup>15</sup>Les contraintes sur  $\lambda_o$  obtenues lorsque  $\Omega_o$  est fixé dans l'intervalle 0,1-0,3 restent qualitativement inchangées car l'influence de  $\lambda_o$  sur la statistique domine largement celle de  $\Omega_o$ .