

# L'éternel retour des sommes de Riemann-Stieltjes dans l'évolution du calcul intégral\*

Jean Mawhin

The eternal return of Riemann-Stieltjes sums in the evolution of  
the integral calculus

*A la mémoire de Pascal Laubin*

## Abstract

This paper shows the importance of Riemann-Stieltjes sums in the development of integral calculus, from the method of exhaustion to recent integration theories. Contributions of Fermat, Leibniz, Euler, Cauchy, Riemann, Stieltjes, Kurzweil and Henstock are described.

**Key words :** integral, Riemann-Stieltjes sums, Kurzweil-Henstock integral

**Math. Subject Classification :** 28-03, 26-03, 01A45, 01A50, 01A55, 01A60

## 1 Introduction

Le but de ce travail est de montrer l'importance des sommes de Riemann-Stieltjes dans l'évolution du calcul intégral, depuis l'Antiquité grecque jusqu'à nos jours. A mi-chemin entre l'histoire des sciences et la mathématique technique, nous n'avons pas craint de commettre quelques anachronismes de notations ou de langage et de nous limiter aux fonctions réelles sur un intervalle borné.

Les sommes de Riemann ont d'abord été utilisées dans le calcul des aires de figures curvilignes et des volumes des solides. Si elles sont encore présentes dans l'introduction du calcul intégral chez LEIBNIZ, elles semblent vouées à la disparition lors du triomphe du concept de calcul intégral comme inverse du calcul différentiel. Elles renaissent avec CAUCHY pour prouver la primitivabilité des fonctions continues et semblent atteindre leur apogée avec RIEMANN dans la première définition de fonction intégrable, et avec STIELTJES

---

\*Texte basé sur une conférence faite en 1995 à l'Université Paul-Sabatier de Toulouse à l'occasion du centenaire de la mort de Stieltjes.