

## INTERACTIONS DANS L'ÉTAT FINAL ET INTERFÉRENCE D'AMPLITUDES DANS UNE VOIE D'ANNIHILATION DU PROTONIUM

par J. VANDERMEULEN (\*)

### RÉSUMÉ

Un modèle phénoménologique est élaboré pour interpréter les résultats expérimentaux concernant la réaction d'annihilation à l'arrêt  $p + \bar{p} \rightarrow K_1^0 + K_1^0 + \pi^+ + \pi^-$ . L'analyse des observations a déjà mis en évidence l'existence d'une résonance ( $C^0$ ) dans le système neutre  $K\pi\pi$ . Le modèle présenté traite la production résonnante en tenant compte de la symétrie due à la présence de deux mésons K indiscernables dans l'état final. La distribution en masse ( $K\pi\pi$ ) s'interprète par une production prédominante (80 %) de la résonance  $C^0$  en association avec un  $K^0$ , tandis que la résonance  $\rho$  dans le système  $(\pi^+\pi^-)$  joue un rôle primordial dans la désintégration. La symétrisation de l'amplitude résonnante d'une part, les conditions énergétiques d'autre part, déforment les distributions de manière remarquable, en bon accord général avec les observations.

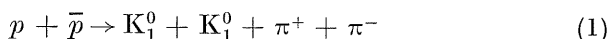
### I. — INTRODUCTION

Cette communication présente des effets remarquables qui se manifestent lors de la production de particules élémentaires, quand interviennent des états résonnants. Nous étudierons le cas d'une réaction particulière, voie rare d'annihilation du protonium. On sait que le protonium, système lié électromagnétiquement, composé d'un proton et d'un antiproton, est voué à brève échéance à l'annihilation ; cette réaction conduit le plus souvent à la production de mésons  $\pi$ , mais dans *grosso modo* 10 % des cas, une paire de mésons K sont créés, généralement en association avec un à trois pions. De bonnes raisons font croire que l'annihilation s'effectue, dans l'hydrogène liquide, à partir d'états du protonium caractérisés par un nombre quantique principal assez élevé, mais de moment orbital nul [1,2].

(\*) Présenté par J. Serpe, le 17 décembre 1964.

Rappelons que les états à  $L = 0$  du protonium se classent, d'après l'orientation relative des spins, en singulets et triplets. Le moment angulaire total  $J$  vaut la résultante  $S$  des spins. Le champ d'un fermion et celui de son conjugué de charge ont des propriétés de transformation bien connues ; il est facile d'en déduire les caractéristiques d'invariance des deux classes d'états cités pour les opérations de parité et de conjugaison de charge ; dans la convention  $J^{PC}$ , où  $P$  et  $C$  sont les signes des valeurs propres des opérateurs parité et conjugaison de charge, singulets et triplets se notent respectivement  $0^{-+}$  et  $1^{-}$ .

La voie que nous allons étudier est la suivante :



Un long dépouillement de clichés a permis à un groupe de physiciens du CERN et du Collège de France d'en rassembler un échantillonnage assez important. Nous rappelons que les conclusions suivantes ont été dégagées de l'étude des distributions expérimentales [3,4] :

a) il existe une résonance, nommée  $C^0$ , dans le système  $(K \pi\pi)$  ; masse et largeur se situent aux environs de 1,22 et 0,06 GeV/ $c^2$

b) la masse effective du système des deux pions tend à se concentrer vers des valeurs élevées, ce qu'il est tentant d'interpréter par une intervention de la résonance  $\rho$  dans la structure de  $C^0$

c) la voie (1) ne concerne très vraisemblablement que les états triplets du protonium, ainsi que le suggère l'absence de cas correspondants dans la voie  $p + \bar{p} \rightarrow K_1^0 + K_1^0 + \pi^0 + \pi^0$ , laquelle serait nécessairement caractérisée par  $C = +1$ . Le système  $(\pi^+\pi^-)$  se trouve donc, lui, dans un état propre de conjugaison de charge  $C = -1$ .

En nous fondant sur ces observations, nous allons développer un modèle qui repose sur les hypothèses suivantes :

a) la production dans la voie citée a lieu principalement par l'intermédiaire de la création d'une résonance  $C^0$

b) la fraction des réactions qui se mélangent à la production associée de  $C^0$  et de  $K^0$  dans la voie (1) est interprétable par les distributions dites « d'espace des phases », modifiées simplement pour tenir compte de la conservation du moment angulaire et de la parité, ainsi qu'il est expliqué plus loin.

c) la désintégration de  $C^0$  connaît une influence prédominante du  $\rho$ , résonance ( $\pi^+ \pi^-$ ) de nombre quantiques  $1^{--}$ .

Ces hypothèses sont de nature simple et rien ne permet de prévoir dans ces conditions un ajustement très fin aux observations. Comme lacune, citons le fait que  $K^*$  (résonance ( $K\pi$ )) joue un rôle dans la désintégration de  $C^0$  ; ce rôle, bien que relativement moins important dans la voie (1) que celui du  $\rho$ , ne peut être totalement négligé [4] ; nous n'en tiendrons pas explicitement compte pour éviter une grande complication des calculs. D'autre part, il importe de retenir que notre développement présente un caractère purement phénoménologique, sans prétendre à une description fondamentale des interactions.

Malgré ces réserves, les calculs nous ont paru d'emblée présenter de l'intérêt ; il réside notamment dans la mise en évidence d'effets de distorsion dans les distributions dus, ou bien simplement aux bilans énergétiques, ou bien de manière beaucoup moins triviale, à la symétrisation de l'amplitude résonnante.

L'état final comporte en effet deux particules identiques, les mésons K neutres, et il importe absolument de tenir compte de la symétrie de BOSE dans l'élaboration du modèle. On a déjà tenu compte de cette condition dans une étude de l'annihilation en trois particules [5] ; notre travail s'inspire du procédé qui y était utilisé.

## II. DESCRIPTION DU MODÈLE

II. 1. — L'existence des résonances sera traitée par l'introduction d'interactions dans l'état final. Pour la résonance ( $K\pi\pi$ ), nous utiliserons la forme suivante :

$$g = \left| \frac{1}{\omega_a^2 - \omega_0^2 + i\omega_0\Gamma} + \frac{1}{\omega_b^2 - \omega_0^2 + i\omega_0\Gamma} \right|^2 \quad (2)$$

où  $\omega_0$ ,  $\Gamma$  sont les masse et largeur de la résonance, tandis que  $\omega_a$  et  $\omega_b$  sont les masses effectives des systèmes ( $K_a\pi\pi$ ) et ( $K_b\pi\pi$ ),  $K_a$  et  $K_b$  représentant l'un et l'autre des mésons indiscernables. La largeur sera considérée indépendante de l'énergie. La forme (2) assure bien la nécessaire symétrisation.

En abordant la description du système ( $\pi\pi$ ), il faut développer en premier lieu un aspect important. La conservation du moment angulaire et de la parité dans la voie (1), y compris dans l'état

intermédiaire de formation de la résonance  $C^0$ , pose de sévères conditions. Nous voulons nous limiter au cas  $1^+$  de spin et de parité pour  $C^0$ , d'ailleurs suggéré par l'expérience. Nous voyons immédiatement qu'alors, aussi bien la production associée d'un  $K$  et de la résonance que la désintégration de celle-ci en un  $K$  et un système  $(\pi^+\pi^-)$  de nombres quantiques  $1^-$ , se produisent seulement via ondes  $s$ . Il intervient ainsi dans le carré de l'amplitude de transition indépendamment de tout détail de forme dynamique, un facteur  $p^{*2}$ ,  $p^*$  représentant le module de l'impulsion de chaque  $\pi$  dans le centre d'impulsion de  $(\pi\pi)$ ; il s'agit, par définition, d'une quantité invariante (\*). De cette façon, aucune corrélation angulaire entre les produits de la réaction n'est introduite explicitement. Nous allons incorporer le facteur  $p^*$  dans l'amplitude décrivant le système  $(\pi\pi)$ , laquelle résulte de la superposition d'une amplitude résonnante et d'un fond continu; l'intensité prend la forme :

$$k = p^{*2} \left| \frac{\gamma(\omega_0^*)}{\omega^{*2} - \omega_0^{*2} + i\gamma(\omega^*)} + \lambda e^{i\varphi} \right|^2 \quad (3)$$

Dans le premier terme,  $\omega_0^*$  représente la masse du  $\rho$ ;  $\gamma(\omega^*)$  a la forme :

$$\gamma(\omega^*) = \omega_0^* \Gamma f(\omega^*) \quad (4a)$$

où  $\Gamma^*$  est la largeur traditionnelle et la fonction  $f$ , normalisée à l'unité à l'endroit du maximum, s'écrit [6] :

$$f(\omega^*) = \left( \frac{p^*}{p_0^*} \right)^3 \frac{\omega_0}{\omega} \quad (4b)$$

Le second terme dans (3), où  $\lambda$  est un nombre réel et  $\varphi$  un<sup>e</sup> phase arbitraire, peut être considéré comme une première et grossière approximation aux effets autres que le mode  $K^0 + \rho^0$  de la désintégration de  $C^0$ . Nous nous attendons à ce que le rapport des intensités  $R = \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2}$  soit nettement inférieur à 1.

Pour les développements ultérieurs, nous allons préciser les notations. Dans le système au repos global, où le quadrivecteur total énergie-impulsion  $Q$  se réduit à  $(E, \vec{0})$ , les impulsions individuelles des quatre particules de l'état final s'écriront  $q_i \equiv (e_i, \vec{p}_i)$ ; les

(\*) Plus exactement, ce facteur résulte d'une sommation sur les orientations du spin du protonium.

masses au repos seront les  $m_i$ ; évidemment  $m_1 = m_2 = m_K$ ;  $m_3 = m_4 = m_\pi$ .

Il vient :

$$\omega_a^2 \equiv M_{134}^2 = (q_1 + q_3 + q_4)^2 \quad (5a)$$

$$\omega_b^2 \equiv M_{234}^2 = (q_2 + q_3 + q_4)^2 \quad (5b)$$

$$\omega^{*2} \equiv M_{34}^2 = (q_3 + q_4)^2 \quad (5c)$$

$$p^* = \frac{1}{2} (\omega^{*2} - 4m_\pi^2)^{1/2} \quad (5d)$$

II. 2. — La probabilité (non normalisée) de transition vers l'état final considéré s'écrit :

$$R_4(Q; m_1, m_2, m_3, m_4) = \int d^4q_1 d^4q_2 d^4q_3 d^4q_4 \delta(q_1^2 - m_1^2) \delta(q_2^2 - m_2^2) \delta(q_3^2 - m_3^2) \delta(q_4^2 - m_4^2) \delta^4(Q - q_1 - q_2 - q_3 - q_4) h[(q_3 + q_4)^2] g[q_1 + q_3 + q_4]^2, (q_2 + q_3 + q_4)^2 \quad (6)$$

Nous nous proposons de déterminer la forme des fonctions de distribution selon certaines variables cinématiques; les variables les plus intéressantes sont évidemment les masses effectives des systèmes ( $\pi\pi$ ) et ( $K\pi\pi$ ); nous calculerons les distributions des carrés des masses,  $\frac{\partial R_4}{\partial M_{34}^2}$  et  $\frac{\partial R_4}{\partial M_{234}^2}$ , que nous comparerons aux résultats expérimentaux. Nous déterminerons aussi une distribution

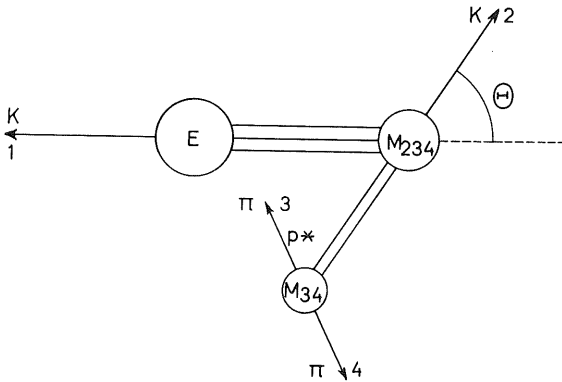


Fig. 1. — Représentation schématique de la réaction conformément aux développements du texte.

particulièrement significative ; il s'agit de la distribution angulaire caractérisant la désintégration de  $C^0$  en « deux corps » :  $C^0 \rightarrow K^0 + \rho^0$ , définie dans un échantillon de cas où les masses effectives d'une combinaison ( $K\pi\pi$ ) aussi bien que du groupe ( $\pi\pi$ ) se trouvent au voisinage de la masse de leur résonance. Pour cela, nous définissons (voir fig. 1) l'angle  $\Theta$ , qui est l'angle formé par les deux directions suivantes : celle du mouvement du centre d'impulsion des particules 234, vu du système au repos global, et celle de la particule 2, vue du système au repos des trois particules. Comme nous l'avons évoqué plus haut, la distribution selon  $\cos \Theta$  est prévue uniforme en l'absence d'effet de symétrisation.

L'équation (6) peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 R_4(Q; m_1, m_2, m_3, m_4) = & \\
 = \int d^4 Q^* \int d^4 q_3 d^4 q_4 \delta(q_3^2 - m_3^2) \delta(q_4^2 - m_4^2) \delta^4(Q^* - q_3 - q_4) & h[(q_3 + q_4)^2] \\
 \int d^4 q_1 d^4 q_2 \delta(q_1^2 - m_1^2) \delta(q_2^2 - m_2^2) \delta(Q - Q^* - q_1 - q_2) & g[(q_1 + q_3 + q_4)^2, \\
 (q_2 + q_3 + q_4)^2] & \quad (8a)
 \end{aligned}$$

qui devient, par l'introduction du facteur  $1 = \int dM_{34}^2 \delta(Q^{*2} - M_{34}^2)$ ,

$$\begin{aligned}
 R_4 = \int dM_{34}^2 \int d^4 Q^* \delta(Q^{*2} - M_{34}^2) \int d^4 q_3 d^4 q_4 \delta(q_3^2 - m_3^2) & \\
 \delta(q_4^2 - m_4^2) \delta^4(Q^* - q_3 - q_4) h[(q_3 + q_4)^2] \dots \int d^4 q_1 d^4 q_2 \delta(q_1^2 - m_1^2) & \\
 \delta(q_2^2 - m_2^2) \delta(Q - Q^* - q_1 - q_2) g[(q_1 + q_3 + q_4)^2, (q_2 + q_3 + q_4)^2] & \quad (8b)
 \end{aligned}$$

$$= \int dM_{34}^2 \int d^4 Q^* \delta(Q^{*2} - M_{34}^2) R_2^*(Q^*; m_3, m_4) \quad (8c)$$

$$\int d^4 q_1 d^4 q_2 \delta(q_1^2 - m_1^2) \delta(q_2^2 - m_2^2) \delta(Q - Q^* - q_1 - q_2) g[(q_1 + Q^*)^2, (q_2 + Q^*)^2].$$

Dans cette dernière formule, nous avons posé :

$$\begin{aligned}
 R_2^*(Q^*; m_3, m_4) = \int d^4 q_3 d^4 q_4 \delta(q_3^2 - m_3^2) \delta(q_4^2 - m_4^2) \delta^4(Q^* - q_3 - q_4) & \\
 h[(q_3 + q_4)^2] & \quad (9a)
 \end{aligned}$$

Cette fonction invariante peut être calculée dans le système du centre d'impulsion où  $Q^* \equiv (M, \vec{0})$  et  $q_i \equiv (e_i^*, \vec{p}_i^*)$ , et devient :

$$\begin{aligned} R_2^*(Q^*; m_3, m_4) &\equiv R_2^*(M; m_3, m_4) = \\ &\int \frac{d^3 \vec{p}_3^*}{2e_3^*} \frac{d^3 \vec{p}_4^*}{2e_4^*} \delta(M - e_3^* - e_4^*) \delta^3(\vec{p}_3^* + \vec{p}_4^*) h(M^2) = \\ &= \frac{1}{4} \int \frac{d^3 \vec{p}^*}{e^{*2}} \delta(M - 2e^*) h(M^2) = \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - 4 \left( \frac{m_3}{M} \right)^2} h(M^2) \end{aligned} \quad (9b)$$

(8c) peut prendre la forme :

$$R_4 = \int dM_{34}^2 R_3'(Q; M_{34}, m_1, m_2) \quad (10)$$

où

$$\begin{aligned} R_3'(Q; M_{34}, m_1, m_2) &= \int d^4 Q^* d^4 q_1 d^4 q_2 \delta(Q^{*2} - M_{34}^2) \\ &\delta(q_1^2 - m_1^2) \delta(q_2 - m_2^2) \delta(Q - Q^* - q_1 - q_2) \\ &g[(q_1 + Q^*)^2, (q_2 + Q^*)^2] R_2^*(Q^*; m_3, m_4) \end{aligned} \quad (11a)$$

qui peut encore s'écrire dans le système au repos global, où  $Q^* \equiv (E^*, P^*)$  :

$$\begin{aligned} R_3(E; M_{34}, m_1, m_2) &= \\ &\int \frac{d^3 \vec{p}^*}{2E^*} \frac{d^3 \vec{p}_1^*}{2e_1} \frac{d^3 \vec{p}_2^*}{2e_2} \delta(E - E^* - e_1 - e_2) \delta_3(P^* + \vec{p}_1 + \vec{p}_2) \\ &g(e_2, e_1) R_2^*(M_{34}; m_3, m_4) ; \end{aligned} \quad (11b)$$

compte ayant déjà été tenu des propriétés de conservation traduites par les fonctions  $\delta$  afin d'effectuer une substitution d'arguments pour la fonction  $g$ .

Nous noterons le produit  $g.R_2^*$  symboliquement  $f(e_2, e_1, M_{34})$  étant entendu que  $M_{34}$  est fixe dans (11b). La relation (11b) peut se transformer suivant un procédé connu :

$$\begin{aligned} R_3' &= \frac{1}{8} \int \frac{1}{E^*} \frac{d^3 \vec{p}_1^*}{e_1} \frac{d^3 \vec{p}_2^*}{e_2} \delta(E - E^* - e_1 - e_2) f(e_2, e_1, M_{34}) = \\ &= \frac{\pi}{2} \int \frac{p_1^2 dp_1 p_2^2 dp_2 d\Omega_2}{E^* e_1 e_2} \delta(E - E^* - e_1 - e_2) f(e_2, e_1, M_{34}) = \\ &= \pi^2 \int de_1 de_2 dE^* \delta(E - E^* - e_1 - e_2) f_2(e_2, e_1, M_{34}) = \\ &= \pi^2 \int de_1 de_2 f(e_2, e_1, M_{34}) \end{aligned} \quad (11c)$$

Nous avons tenu compte, pour effectuer la transformation précédente des relations

$$P^{*2} = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2 \cos \theta_{12} \quad (12a)$$

et 
$$pdp = ede \quad (12b)$$

II. 3. — Il nous reste à faire apparaître dans l'expression de  $R_4$  les variables souhaitées : pour cela, nous effectuerons un changement simple de variables qui nous donne :

$$dM_{234}^2 = -2E de_1 \quad (13a)$$

et, pour  $e_1$  fixé

$$d(\cos \theta) = \quad (13b)$$

$$\frac{4E M_{234}^2}{\{[E^2 - (M_{234} + m_1)^2][E^2 - (M_{234} - m_1)^2][M_{234}^2 - (M_{34} + m_2)^2][M_{234}^2 - (M_{34} - m_2)^2]\}^{1/2}} de_2$$

Rassemblant les informations des équations (13), (11c) et (10), il vient immédiatement

$$R_4(E; m_1, m_2, m_3, m_4) = \int dM_{34}^2 \int dM_{234}^2 \int d(\cos \Theta) F(M_{234}^2, \cos \Theta, M_{34}^2) \quad (14)$$

où la fonction  $F$  représente le produit

$$g(M_{134}, M_{234}) R_2^*(M_{34}, m_3, m_4) J(M_{234}),$$

$g$  étant donné par (2),  $R_2^*$  par (9c) et  $J$  représentant le jacobien de la transformation de variables (voir (13)).

L'intégration dans toute la région accessible de l'espace des phases correspond, dans (14), aux domaines  $[-1, +1]$  pour  $\cos \Theta$   $[4 m_\pi^2, (E - 2m_K)^2]$  pour  $M_{34}^2$  et  $[(m_K + M_{34})^2, (E - m_K)^2]$  pour  $M_{234}^2$ .

Une méthode simple permettant d'obtenir numériquement les distributions cherchées consiste à calculer d'abord la valeur de la fonction  $F$  en un grand nombre de cellules du volume des trois variables d'intégration, puis d'additionner les contributions de tout le domaine de variation de deux variables afin d'obtenir la distribution selon la variable fixe.

Ces opérations numériques ont été confiées à une calculatrice électronique, ce qui nous a permis d'obtenir avec rapidité des résultats précis. Le programme de tels calculs est simple et le codage ne présente pas de difficulté particulière ; nous ne commenterons pas davantage cet aspect ; signalons seulement que le nombre de cellules où était calculée la fonction à intégrer s'élevait à 8.000.



### III. — RÉSULTATS ET CONCLUSIONS

III. 1. — Le programme de calcul a été utilisé avec bon nombre de jeux de paramètres. Masse et largeur du  $\rho$  ont toujours été fixées aux valeurs courantes de 0,75 et 0,10 GeV/c<sup>2</sup> ; masse et largeur de la résonance C<sup>0</sup> ont été adoptées à partir des valeurs expérimentales [4] de  $(1,220 \pm 0,015)$  GeV/C<sup>2</sup> et  $(0,060 \pm 0,015)$  GeV/C<sup>2</sup>. Nous avons fait varier l'amplitude et la phase du fond continu dans (3) de manière à obtenir le meilleur ajustement.

Il nous a été possible de reproduire l'allure générale des histogrammes expérimentaux grâce à l'hypothèse d'une production exclusive via la résonance C<sup>0</sup>, mais l'ajustement ainsi obtenu laissait encore à désirer ; nous avons alors modifié cette première analyse en introduisant une contribution de cas non résonnants. Ce type de contribution est généralement traité par le modèle dit de « probabilité d'espaces des phases », lequel consiste à négliger toute dépendance envers les variables cinématiques autre que l'évidente contrainte imposée par la conservation de l'énergie et de l'impulsion. Nous avons préféré conserver le facteur  $p^*$ , ce qui permet de respecter l'invariance par rapport aux rotations et à l'inversion d'espace ; il faut noter que seul le groupement le plus évident dans (1), à savoir (KK), ( $\pi\pi$ ), correspond à cette formulation qui trouve un argument dans la très grande rareté de cas de production de deux K<sub>1</sub><sup>0</sup> et deux  $\pi$  neutres [3,4]. Pratiquement, les résultats de la contribution du « fond » en question peuvent s'obtenir en faisant  $\Gamma \rightarrow \infty$  dans (2) et  $\lambda \rightarrow \infty$  dans (3).

III. 2. — Nous présentons sur les figures 2 à 4 la comparaison des histogrammes aux courbes normalisées obtenues dans les conditions suivantes :

a) à la production, mélange de 80 % de production associée de K<sup>0</sup> et C<sup>0</sup> avec 20 % de production non corrélée

b) à la désintégration de C<sup>0</sup>, 80 % de l'intensité correspond au mode K<sup>0</sup> +  $\rho^0$   $\left( R = \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2} = 0,20 ; \varphi = -51^\circ \text{ dans (4)} \right)$

c) valeurs de la masse et de la largeur de C<sup>0</sup> : 1,20 et 0,07 GeV/c<sup>2</sup>.

La distribution de la masse (K $\pi\pi$ ) est manifestement reproduite de manière convenable tandis que le résultat obtenu pour la distri-

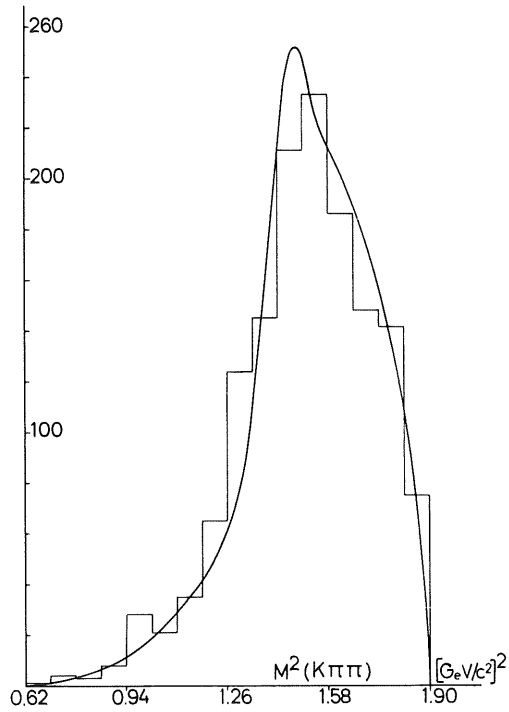


Fig. 2. — Histogramme expérimental [4] du carré des masses ( $K^0\pi^+\pi^-$ ) et courbe normalisée calculée selon le modèle décrit dans le texte.

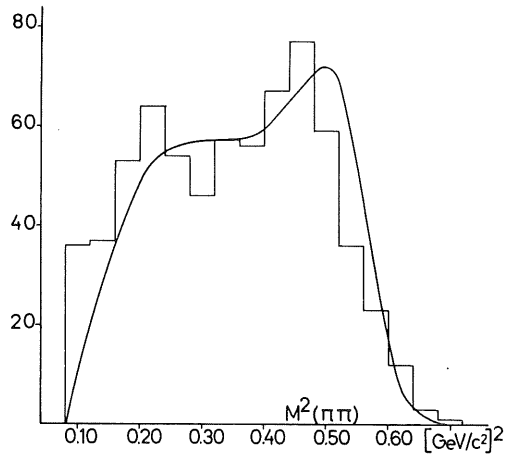


Fig. 3. — Histogramme expérimental [1] du carré de la masse ( $\pi^+\pi^-$ ) et courbe calculée normalisée.

bution ( $\pi\pi$ ) peut être considéré plutôt satisfaisant, vu la simplicité du modèle. Quant à la distribution angulaire, elle ne concerne, rappelons-le, que les seuls cas de réactions où systèmes ( $\pi\pi$ ) et ( $K\pi\pi$ ) voient leurs masses se trouver à l'intérieur d'une bande déterminée, au voisinage des résonances. La forme calculée pour cette distribution angulaire dépend sensiblement, d'une part de la largeur de la résonance  $C^0$ , qui détermine la pente de la courbe,

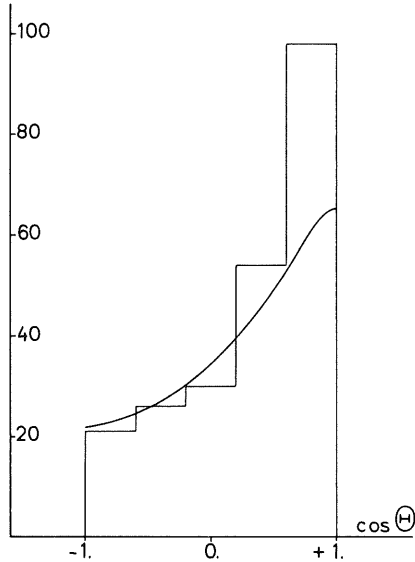


Fig. 4. — Histogramme expérimental [4] de la distribution angulaire des cas répondant aux conditions suivantes :  $[1,46 < M^2(K\pi\pi) < 1,62$  ;  $M^2(\pi\pi) > 0,36]$  et courbe calculée selon le texte ; la normalisation est faite dans l'intervalle  $(-1, +0,8)$  de  $\cos \Theta$ .

d'autre part de la forme de la distribution de masse effective ( $\pi\pi$ ), laquelle détermine l'endroit de la distribution angulaire où l'effet d'interférence atteint son maximum. La distribution calculée ne reproduit guère le détail des observations dans la région du maximum ; aussi, pour calculer la forme de la distribution angulaire, nous sommes-nous limité à l'effet d'une étroite bande de masse ( $\pi\pi$ ) située à l'endroit du maximum de la distribution. Il s'agit donc d'une évaluation simplifiée. Nous voyons que la courbe obtenue rend bien compte de l'effet observé, à part la très importante accumulation dans la région le plus à l'avant.

Nous n'avons pas effectué d'épreuve portant sur la signification statistique de l'accord obtenu entre histogrammes expérimentaux et courbes calculées parce que nous pensons que les calculs entrepris ne peuvent de toute manière pas prétendre à reproduire fidèlement tous les détails des observations. De légères variations des paramètres par rapport aux valeurs utilisées ne peuvent guère altérer le résultat obtenu ; plus précisément, nous avons vérifié que des écarts s'élevant à :  $0,005 \text{ GeV}/c^2$  pour la masse et la largeur de  $C^0$  ainsi qu'à 5 % à partir des 20 % des rapports d'embranchement peuvent être considérées comme des incertitudes de l'ajustement.

III. 3. — Concernant la forme des distributions de masse effective, les remarques suivantes s'imposent. Les conditions énergétiques de la désintégration  $C^0 \rightarrow K^0 + \rho^0$  sont peu favorables, puisque cette transition n'est pas possible pour les valeurs centrales. Les distributions s'en trouvent sérieusement affectées. En ce qui concerne la distribution  $(\pi\pi)$ , il vient se greffer une autre restriction fondamentale : la portion de l'espace des phases pour la voie (1) sous la condition que la masse effective des 2  $\pi$  se trouve aux environs de la masse du  $\rho$  est très réduite. Ainsi se manifeste un effondrement de la tranche supérieure de la distribution dans la région du  $\rho$ , avec un glissement du maximum de la distribution ; sa position (calculée) se déplace de  $0,75$  à  $0,71 \text{ GeV}/c^2$ . Dans la distribution de la masse  $(K\pi\pi)$ , la dissymétrie s'introduit aux dépens de l'aile gauche de la résonance, énergétiquement défavorisée quant à la désintégration ; d'autre part, la symétrisation des amplitudes, en favorisant les cas de double résonance, entraîne aussi un rétrécissement de la largeur apparente.

De cette étude, nous retiendrons surtout que le modèle permet d'affirmer le rôle primordial de la production résonnante dans la voie étudiée, la résonance  $C^0$  ayant une masse et une largeur proches de  $1,20$  et  $0,07 \text{ GeV}/c^2$ . La symétrisation imposée par l'existence de deux particules indiscernables dans l'état final permet d'interpréter la distorsion de la distribution angulaire à la désintégration. Son influence sur la distribution en masse  $(K\pi\pi)$  permet d'obtenir une forme théorique proche des observations. Il est intéressant à cet égard de comparer la valeur de la proportion de production résonnante, évaluée à 60 % dans une analyse moins complète [4], mais à 80 % par notre modèle.

Il faut signaler pour terminer deux aspects importants. Le

développement de nos calculs reposait sur l'hypothèse de nombres quantiques  $1^+$  de  $C^0$ , mais l'éventualité  $0^-$ , laquelle entraîne aussi une distribution angulaire isotrope en l'absence de symétrisation, ne peut être écartée sur la base de notre analyse. La proportion du mode  $C^0 \rightarrow K^0 + \rho^0$ , évaluée ici à 80 %, en accord avec l'estimation expérimentale [4] de 80 à 90 %, ne peut naturellement pas être considérée comme une détermination correcte du rapport d'embranchement ; en effet, le choix de la voie étudiée constitue un échantillon particulièrement altéré de production de la résonance, à l'avantage de l'apparition du  $\rho$ . Une analyse simultanée de différents états de charge de deux K et deux  $\pi$  serait nécessaire pour étudier le rapport en question.

#### REMERCIEMENTS

Nous exprimons notre gratitude à Monsieur le Professeur J. SERPE pour l'intérêt actif qu'il a porté à notre travail. Nous tenons à rappeler le rôle essentiel de nos collègues et amis qui ont entrepris le traitement des données expérimentales et leur interprétation primitive.

Nous sommes reconnaissants au Comité de Direction du Laboratoire des Hautes Énergies dont l'aide généreuse a rendu possible ce travail.

Les calculs ont été effectués grâce à la calculatrice I. B. M. 7040 du Centre de Calcul et de Traitement de l'Information de l'Université de Liège ; nous remercions le Directeur et le personnel du Centre pour les services rendus.

UNIVERSITÉ DE LIÈGE  
*Physique Mathématique,*  
 15, avenue des Tilleuls, Liège

#### REFERENCES

- [1] T. B. DAY, G. A. SNOW, J. SUCHER, Suppression of P-state captures in ( $K^-, p$ ) atoms, *Phys. Rev. Letters*, **3**, 61 (1959).
- [2] R. ARMENTEROS, L. MONTANET, D. R. O. MORRISON, S. NILSSON, A. SHAPIRA, J. VANDERMEULEN, Ch. d'ANDLAU, A. ASTIER, J. BALLAM, G. CHESQUIERE, B. P. GREGORY, D. RAHM, P. RIVET and F. SOLMITZ, Antiproton-proton annihilation at rest into two mesons, *Proceedings of the 1962 International Conference on high energy physics at CERN* (CERN, Scientific Information Service), p. 351.

- [<sup>3</sup>] R. ARMENTEROS, D. N. EDWARDS, T. JACOBSEN, L. MONTANET, A. SHAPIRA, J. VANDERMEULEN, Ch. d'ANDLAU, A. ASTIER, P. BAILLON, J. COHEN-GANOUNA, C. DEFOIX, J. SIAUD, C. GHESQUIERE and P. RIVET, Evidence for a ( $K\pi\pi$ ) resonance with a mass of  $1.230 \text{ GeV}/c^2$ , *Physics Letters*, **9**, 207 (1964).
- [<sup>4</sup>] R. ARMENTEROS, D. N. EDWARDS, T. JACOBSEN, L. MONTANET, J. VANDERMEULEN, Ch. d'ANDLAU, A. ASTIER, P. BAILLON, J. COHEN-GANOUNA, C. DEFOIX, J. SIAUD and P. RIVET, Experimental results on the annihilations  $\bar{p} + p \rightarrow K + K + 2\pi$  at rest, 1964 *International Conference on high energy physics at Dubna* (Proceedings to be published).
- [<sup>5</sup>] C. BOUCHIAT and G. FLAMAND, Final state interaction in proton-anti-proton annihilation at rest, *Nuovo Cimento*, **23**, 13 (1962).
- [<sup>6</sup>] Cf., par exemple, J. D. JACKSON, Remarks on the phenomenological analysis of resonances, *Nuovo Cimento*, **34**, 1644 (1964).