

SÉPARATION FORTE D'UNE FAMILLE FINIE D'ENSEMBLES CONVEXES

par JACQUES BAIR (*)

SUMMARY

We extend well-known results about strong separation of two convex sets to finite families of convex sets in a vector space and in a topological vector space.

INTRODUCTION

Peu après que M. Vlach [VI] ait obtenu un théorème fondamental de séparation pour des familles finies d'ensembles convexes, nous étudions ce résultat au cas de la séparation franche [II]. Dans cet article, nous nous proposons d'étudier la séparation forte des familles finies d'ensembles avec le souci constant de généraliser les résultats connus pour deux ensembles; nous sommes ainsi en mesure d'étendre un grand nombre de théorèmes classiques: notamment les énoncés 8.1 à 8.5 de [I], les exercices 8 et 14 de [III; pp. 138-139], les théorèmes de [IV; p. 23] et de [V; pp. 257, 260].

1. GÉNÉRALITÉS

Dans les paragraphes 2 et 3 de cet article, nous nous placerons dans un espace vectoriel L sur le corps R des réels; nous développerons le dernier paragraphe dans un R -espace vectoriel topologique E , localement convexe et séparé, sauf pour le lemme 4 qui sera valable dans tout espace topologique séparé.

Les notions d'ensemble absorbant, de cône asymptote et d'ensemble parabolique sont tirées de [III; pp. 9, 125], celles d'internat ou de séparation de familles finies d'ensembles de [II et VI, pp. 655, 656]; par ailleurs, bA désignera l'enveloppe algébrique de l'ensemble A dans le R -espace où il est défini [I; p. 215].

Signalons encore quelques conventions très commodes. Pour chaque famille $\mathcal{A} = (A_0, A_1, \dots, A_n)$ d'ensembles non vides définis dans le R -espace vectoriel L ou le R -espace vectoriel topologique E , nous noterons respectivement M et N les ensembles de L^n ou E^n définis par $M = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ et $N = \{(x_1, x_2, \dots, x_n): x_1 = x_2 = \dots = x_n = x, x \in A_0\}$; nous nous permettrons de ne pas toujours rappeler la signification de ces ensembles M, N . Enfin, pr_i désignera la projection de L^n (resp. E^n) sur les i^e facteur L (resp. E).

Présenté par F. Jongmans, le 17 février 1972.

(*) Institut de mathématique, 15, avenue des Tilleuls, Liège (Belgique).