Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège, 41e année, no 1-2, 1972, pp. 24-30

GÉNÉRALISATION DU THÉORÈME DE KRASNOSEL'SKĬI

par ANDRÉ DESSARD (*)

SUMMARY

In this paper, we give a generalization of Krasnosel'skĭi's lemma for a kind of spaces including in particular the Minkowski spaces L_n and S.C.M. spaces [III]. It enables us to provide some characterizations of the convex kernel of a set A in that space by means of the regular points of A.

INTRODUCTION

Nous généralisons le théorème de Krasnosel'skĭi dans un type d'espaces plus généraux que les espaces de Minkowski, tels par exemple les espaces S.C.M. étudiés notamment par Day [III], ceci dans le but d'améliorer certains théorèmes de caractérisation du mirador d'un ensemble au moyen des points réguliers de cet ensemble.

1. DÉFINITIONS ET NOTATIONS

Nous nous placerons dans un espace vectoriel topologique réel E de dimension non nulle. Un ensemble *lisse* est un corps convexe tel que par tout point de sa frontière passe un seul hyperplan de contact de cet ensemble; un ensemble convexe A est *strictement convexe* lorsque pour toute paire $\{a, b\}$ de points de A, le milieu du segment $[a : b]$ appartient à $\mathring{A}$. La *vue* A_x d'un point x de $\bar{A}$ sur A est $\{y \mid]x : y[\subset A\} \cup \{x\}$. L'ensemble des points de A tels que $A_x = A$ est le *mirador* $\mu(A)$ de A, et A est dit *étoilé* si $\mu(A) \neq \varnothing$. Un point x de $\bar{A}$ est un point *régulier* de A lorsque par x passe un hyperplan de contact de A_x; le demi-espace fermé incluant A_x sera noté D_x et appelé la *terrasse* de A en x. Le *cône asymptote* C_A d'un ensemble fermé A est la réunion de l'origine et de toutes les demi-droites pointées en 0 dont un translaté au moins est inclus dans A. Si A est convexe et si $u \in C_A \setminus \{0\}$, $[x : x + u)$ est inclus dans A pour tout point x de A.

2. PREMIÈRES PROPRIÉTÉS

2.1. *Soit* S *un ensemble strictement convexe dans un espace vectoriel topologique* E. *Pour tout sous-espace vectoriel* E′ *de* E, $S \cap E'$ *est strictement convexe dans* E′.

$S \cap E'$, ensemble convexe de E inclus dans E′, est strictement convexe dans E′, car $(S \cap E')^{\cdot}_{E'} \subset \dot{S}$ et supposer l'existence d'un segment vrai dans le premier de ces ensembles revient à nier la stricte convexité de S dans E.

(*) Institut de Mathématique, 15, avenue des Tilleuls, 4000 Liège, Belgique.
Présenté par F. Jongmans, le 17 février 1972.