

## ÉVOLUTION D'UNE ÉTOILE DE $0.5 M_{\odot}$ DE POPULATION II

par A. NOELS (\*)

*Institut d'Astrophysique  
de l'Université de Liège*

### RÉSUMÉ

La séquence d'évolution d'une étoile de  $0.5 M_{\odot}$  de composition chimique  $X = 0.9$ ,  $Y = 0.099$ ,  $Z = 0.001$  a été calculée, par la méthode de Henyey, depuis la phase initiale de contraction gravifique jusqu'à la phase d'évolution vers les géantes rouges. Les résultats sont présentés pour deux valeurs du libre parcours moyen, la plus élevée provoquant la réapparition d'une structure complètement convective peu après la naissance des réactions nucléaires au centre. D'autre part, nous montrons qu'il est possible d'interpréter les caractéristiques principales des différentes phases d'évolution rencontrées ici, à l'aide de modèles simplifiés, constitués dans la plupart des cas de structures polytropiques mixtes.

### 1. INTRODUCTION

À l'exception des phases de contraction gravifique [1], [2], la construction de séquences d'évolution relatives à des étoiles de faible masse (supérieure toutefois à la masse minimum de combustion de l'hydrogène), de composition chimique normale, a été assez négligée jusqu'ici par suite des temps d'évolution extrêmement longs que ceci implique. Ainsi, une étoile de  $0.5 M_{\odot}$  atteint un âge comparable à celui de l'univers avant que les réactions nucléaires de combustion de l'hydrogène ne parviennent à assurer exactement la luminosité (séquence principale). La transformation d'hydrogène en hélium s'effectue alors très lentement, ce n'est qu'après 140 milliards d'années environ que l'abondance de l'hydrogène s'annule au centre de l'étoile. Le trajet d'évolution dans le diagramme de Hertzsprung-Russell présente donc un intérêt assez secondaire, du moins en ce qui concerne la confrontation directe entre les résultats théoriques et les résultats expérimentaux.

Il n'en va pas de même d'un point de vue plus théorique et ce, principalement pour deux raisons :

La première est relative au phénomène de perte de masse, encore mal connu mais confirmé ou suggéré par un nombre suffisamment grand d'observations pour constituer, dès à présent, un facteur important de la théorie de l'évolution stellaire, en ce qui concerne non seulement les causes variées d'éjection de matière mais également ses conséquences sur l'évolution ultérieure de l'étoile. Le calcul de l'évolution d'une étoile de  $0.5 M_{\odot}$  fournit une série de modèles dont certains peuvent être assimilés au reliquat d'une étoile plus massive évoluant plus rapidement mais ayant subi une perte de masse à un instant donné de son existence. La séquence

(\*) Présenté par P. Ledoux, le 17 février 1972.

d'évolution consécutive à l'un de ces modèles trouve alors pleinement sa justification. La seconde raison est d'ordre plus formel en ce sens que la construction d'une telle séquence nous a permis d'obtenir des modèles particulièrement intéressants à analyser du point de vue de la stabilité séculaire. Par exemple, au cours de la phase consécutive à l'épuisement de l'hydrogène dans un noyau central, les réactions nucléaires ont lieu dans une couche entourant un noyau d'hélium, pratiquement isotherme, dont le degré de dégénérescence s'accroît très rapidement au cours du temps. L'étude de la stabilité séculaire de ces modèles fournit dès lors des résultats qu'il sera intéressant de comparer avec ceux obtenus dans le cas de modèles statiques, non dégénérés [3]. Le choix de la composition chimique ( $X = 0.9$ ,  $Y = 0.099$ ,  $Z = 0.001$ ) a été dicté par les échelles de temps très longues rencontrées ici, qui sont de toutes façons, plus caractéristiques de la population de type II.

## 2. CONSTRUCTION DES MODÈLES

Les modèles ont été calculés à l'aide de la méthode de Henyey [4]. La température régnant dans les couches extérieures est, dans le cas présent, tellement faible qu'elle requiert l'existence d'une zone convective étendue. Nous avons utilisé, pour le traitement de ces couches, la méthode mise au point par Henyey, Vardya et Bodenheimer [5]. Les valeurs du coefficient d'opacité en tout point de l'étoile, s'obtiennent par interpolation linéaire à partir de deux tables correspondant aux compositions chimiques  $X = 0.9$ ,  $Y = 0.099$  et  $X = 0.0$ ,  $Y = 0.999$ . Ces tables sont en fait le résultat de la moyenne harmonique entre la composante radiative, donnée par les tables de Cox [6] et la composante due à la conduction électronique, calculée à l'aide d'un programme développé par Hubbard et Lampe [7]. Les réactions nucléaires considérées ici sont celles de la chaîne proton-proton et du cycle CNO, dont les taux de réaction sont donnés par Fowler et al. [8]. Enfin, nous avons utilisé l'équation d'état décrite par Bodenheimer et al. [9], valable dans les cas de dégénérescence non-relativiste ou faiblement relativiste.

## 3. DISCUSSION DES RÉSULTATS

La table I reprend les propriétés physiques principales de certains modèles choisis.  $\rho_c$  et  $T_c$  indiquent respectivement les valeurs centrales de la densité et de la température.  $L$  représente la luminosité photonique tandis que  $L_{\text{nucl}}$  se rapporte à la quantité totale d'énergie nucléaire libérée par seconde. Les valeurs du rayon  $R$  sont données en unités solaires. Nous avons indiqué également la concentration massique,  $\rho_c/\bar{\rho}$ , ainsi que les extensions en masse du noyau convectif,  $m_c/M_{\text{tot}}$ , et de l'enveloppe convective,  $m_{\text{env}}/M_{\text{tot}}$ . Le paramètre DEGEN donne une idée du degré de dégénérescence au centre (il varie de 0, dégénérescence nulle, à 1, dégénérescence complète).

### a. Contraction gravifique proprement dite (modèles 1 à 17).

La figure 1 représente le trajet évolutif dans le diagramme de Hertzsprung-Russell pour deux valeurs du libre parcours moyen (les modèles 1 à 26 correspondent à une valeur du libre parcours moyen,  $l/H_p = 2$  et d'autre part, les modèles numérotés 20 à 220 ont été calculés avec  $l/H_p = 0.5$ ). La considération de structures polytropiques permet une interprétation qualitative des résultats obtenus. En effet, le modèle de départ possède une structure complètement convective, très voisine de celle du polytrope  $n = 1.5$ . La variation de luminosité en fonction du

TABLE I

$N^{\circ}$	$t$ (ans)	$\rho_c$ $\left(\frac{g}{cm^3}\right)$	$T_c$ ( $10^6$ oK)	$L$ $\left(10^{32} \frac{ergs}{sec}\right)$	$L_{nuc}$ $\left(10^{32} \frac{ergs}{sec}\right)$	$\frac{R}{R_{\odot}}$	$\frac{\rho_c}{\rho}$	DEGEN	$\frac{m_c}{M_{tot}}$	$\frac{m_{env}}{M_{tot}}$
1	3.698(6)	1.168(1)	4.591(0)	7.013(0)	—	0.720	6.19	0.024	—	0.986
11	2.053(7)	3.649(1)	6.235	3.555	1.145(—1)	0.507	6.73	0.047	—	0.740
17	4.190(7)	6.608(1)	7.232	2.107	4.759(—1)	0.432	7.56	0.067	—	0.532
22	9.730(7)	9.237(1)	8.403	1.708	1.385(0)	0.384	7.41	0.074	0.027	0.431
26	2.990(8)	8.301(1)	8.487	1.668	1.676	0.381	6.50	0.066	0.118	0.532
31	1.553(9)	7.696(1)	8.350	1.732	1.697	0.389	6.43	0.062	0.124	0.566
37	9.172(9)	8.084(1)	8.360	1.796	1.776	0.396	7.12	0.063	0.005	0.536
50	7.769(10)	2.103(2)	9.897	2.400	2.399	0.451	2.72(1)	0.087	—	0.275
57	1.164(11)	5.446(2)	1.221(1)	3.525	3.523	0.535	1.18(2)	0.131	—	0.153
62	1.382(11)	1.626(3)	1.523(1)	5.901	5.894	0.679	7.21(2)	0.235	—	0.096
65	1.450(11)	3.005(3)	1.780(1)	8.047	8.040	0.790	2.10(3)	0.307	—	0.089
70	1.513(11)	1.046(4)	1.972(1)	1.356(1)	1.355(1)	1.056	1.75(4)	0.569	—	0.133
91	1.561(11)	6.725(4)	2.344(1)	5.315(1)	5.290(1)	2.318	1.20(6)	0.868	—	0.387
113	1.575(11)	1.350(5)	2.796(1)	1.967(2)	1.924(2)	4.835	2.19(7)	0.910	—	0.438
140	1.579(11)	2.163(5)	3.398(1)	7.717(2)	7.203(2)	1.071(1)	3.90(8)	0.923	—	0.406
180	1.581(11)	3.686(5)	4.557(1)	4.312(3)	3.485(3)	3.011(1)	1.55(10)	0.930	—	0.305
220	1.581(11)	5.440(5)	5.883(1)	1.392(4)	8.425(3)	6.085(1)	2.02(11)	0.930	—	0.198

rayon peut alors être obtenue en exprimant la condition de jonction entre la photosphère radiative et l'intérieur, assimilé au polytrophe  $n = 1.5$ . En d'autres termes, il suffit d'égaliser d'une part, la valeur de la pression obtenue à l'aide de la relation photosphérique :

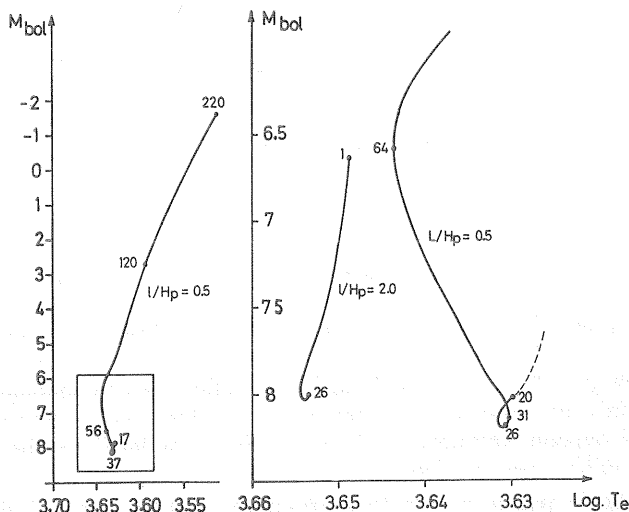


Fig. 1. — Trajet évolutif dans le diagramme de Hertzsprung-Russell. La partie droite de la figure reprend, à plus grande échelle, la portion encadrée du trajet évolutif, pour les valeurs indiquées du libre parcours moyen.

$$P_1 = \frac{2}{3} \frac{GM}{R^2} \frac{1}{\kappa} \quad (1)$$

et d'autre part, la valeur calculée par la relation polytropicque :

$$P_2 = KT_e^{2.5} = A \frac{T_e^{2.5}}{R^{1.5}} \quad (2)$$

où  $T_e$  désigne la température effective tandis que  $A$ , donné par (\*) :

$$A = \left(\frac{2.5}{G}\right)^{1.5} \frac{\mathcal{R}^{2.5}}{\mu^{2.5} M^{0.5}} \frac{1}{(\zeta_{1.5})^{2.5} (-\theta'_{1.5})^{0.5}} = (\text{constante}) \times (\omega_{1.5})^{0.5}$$

caractérise en fait le type de solution polytropicque utilisé. Dans la relation (1),  $\kappa$  représente le coefficient d'opacité, dont la contribution principale provient de l'absorption de photons par les ions  $H^-$  et par les atomes neutres d'hydrogène. Il est donné par [10] :

$$\kappa = \kappa_0 P^p T^q \quad T \simeq 2000 - 6000 \text{ }^\circ\text{K} \quad (3)$$

avec  $\kappa_0 = 10^{-13.39}$ ,  $p = 0.695$ ,  $q = 2.44$  pour  $y < 0.1$   $\left(\frac{y = n_{H2}}{n_p}\right)$

(\*) La signification des symboles relatifs aux structures polytropicques intervenant dans cette relation (ainsi que dans la suite du texte) est exposée dans « An introduction to the study of Stellar Structure » par S. Chandrasekhar.

$$\kappa_0 = 10^{-31.36}, \quad p = 0.395, \quad q = 7.89 \quad \text{pour } 0.1 \leq y \leq 0.3$$

$$\kappa_0 = 10^{-45.96}, \quad p = 0.218, \quad q = 13.34 \quad \text{pour } y > 0.3$$

En éliminant P entre (1) et (2), on obtient finalement

$$\frac{d \ln L}{d \ln R} = \frac{11p + 2q + 3}{2.5p + q + 2.5} - \frac{4p + 4}{2.5p + q + 2.5} \frac{d \ln A}{d \ln R}, \quad \text{c'est-à-dire :}$$

$$\frac{d \ln L}{d \ln R} = 2.325 - 1.0153 \frac{d \ln A}{d \ln R}; \quad \frac{d \ln T_e}{d \ln R} = 0.08125 - 0.2538 \frac{d \ln A}{d \ln R} \quad (y < 0.1) \quad (4)$$

$$\frac{d \ln L}{d \ln R} = 2.0325 - 0.4904 \frac{d \ln A}{d \ln R}; \quad \frac{d \ln T_e}{d \ln R} = 0.0081 - 0.1226 \frac{d \ln A}{d \ln R} \quad (0.1 \leq y \leq 0.3)$$

$$\frac{d \ln L}{d \ln R} = 1.955 - 0.3167 \frac{d \ln A}{d \ln R}; \quad \frac{d \ln T_e}{d \ln R} = -0.0112 - 0.0792 \frac{d \ln A}{d \ln R} \quad (y > 0.3)$$

Tant que la structure reste complètement convective, la solution polytropique est celle d'Emden et  $\frac{d \ln A}{d \ln R}$  est nul. Ceci montre que la luminosité décroît au cours de la contraction gravifique et ce, à température effective pratiquement constante. Insistons sur le fait que, dans le cas d'une étoile complètement convective, la valeur de la luminosité dépend uniquement du rayon et de la loi d'opacité utilisée dans les couches très extérieures de l'étoile.

L'énergie libérée par la contraction gravifique sert en partie à élever la température des couches centrales, ce qui a tendance à diminuer l'opacité (essentiellement de type Kramers) et un noyau radiatif prend naissance. Les modèles doivent dès lors être analysés à l'aide des structures polytropiques mixtes comprenant d'une part, un noyau d'indice  $n_1 > 1.5$  d'extension croissante et d'autre part, une enveloppe convective d'indice  $n_2 = 1.5$  (cf. figure 2). Il est évident que, pour réaliser la jonction de ces deux solutions, il faut choisir comme enveloppe, non plus la solution d'Emden d'indice 1.5 ( $E_{1.5}$ ) mais bien une solution singulière de Milne ( $M_{1.5}$ ) de même indice. Au fur et à mesure de l'extension du noyau radiatif,  $M_{1.5}$  s'éloigne de la solution d'Emden, ce qui entraîne une valeur décroissante de  $\omega_{1.5}$  (et à fortiori de A). Les relations (4) montrent que la luminosité a maintenant tendance à décroître moins vite tandis que  $\frac{d \ln T_e}{d \ln R}$  devient de plus en plus négatif;

ceci correspond à un déplacement vers la gauche dans le diagramme H — R. L'extension maximum du noyau radiatif est cependant trop faible, dans le cas présent pour entraîner le changement de signe de  $\frac{d \ln L}{d \ln R}$ , observé par ailleurs dans le cas

d'étoiles plus massives [1], [2]. La figure 3 illustre la variation de l'extension du noyau radiatif au cours du temps pour chacune des deux valeurs du libre parcours moyen. En fait, une valeur plus faible de ce paramètre correspond à un accroissement de l'écart au gradient adiabatique, c'est-à-dire à une valeur plus grande de  $\frac{d \ln T}{d \ln P}$ . Lorsque ce gradient atteint la valeur adiabatique, le rapport  $T^{5/2}/P$  est plus grand, ce qui correspond à une valeur plus faible de K dans la relation (2). Ainsi, diminuer le libre parcours moyen, à rayon constant, revient à considérer, pour décrire l'enveloppe, une solution polytropique caractérisée par une valeur plus faible de  $\omega_n$ .

La jonction avec la solution centrale n'est alors possible qu'en considérant un noyau radiatif d'extension en masse supérieure. L'incertitude qui préside au choix du libre parcours moyen constitue, à l'heure actuelle, une faiblesse importante de la théorie de l'évolution stellaire. Cette incertitude se répercute, non seulement sur la structure interne des modèles de faible masse mais encore, comme le montre la figure 1, sur la position de leur point représentatif dans le diagramme H — R. Une théorie plus rigoureuse de la convection serait nécessaire pour résoudre ce problème avec précision.

b. *Naissance des réactions nucléaires — Approche de la Séquence Principale (modèles 17 à 37).*

Comme le montre la figure 3, la naissance des réactions nucléaires s'accompagne du développement d'un noyau convectif, transitoire toutefois car il disparaît peu avant la phase de séquence principale. En fait, on peut montrer que son existence est intimement liée au fait que  $\text{He}^3$  n'a pas atteint son abondance d'équilibre. Dans ce qui suit, nous considérerons d'une part, que l'abondance du deutérium s'adapte instantanément à sa valeur d'équilibre, ce qui est amplement justifié dans les conditions de  $T$  et  $\rho$  rencontrées ici et d'autre part, que la phase d'approche de la séquence principale est trop courte pour modifier appréciablement l'abondance d'hydrogène. Le taux de génération d'énergie nucléaire s'écrit alors :

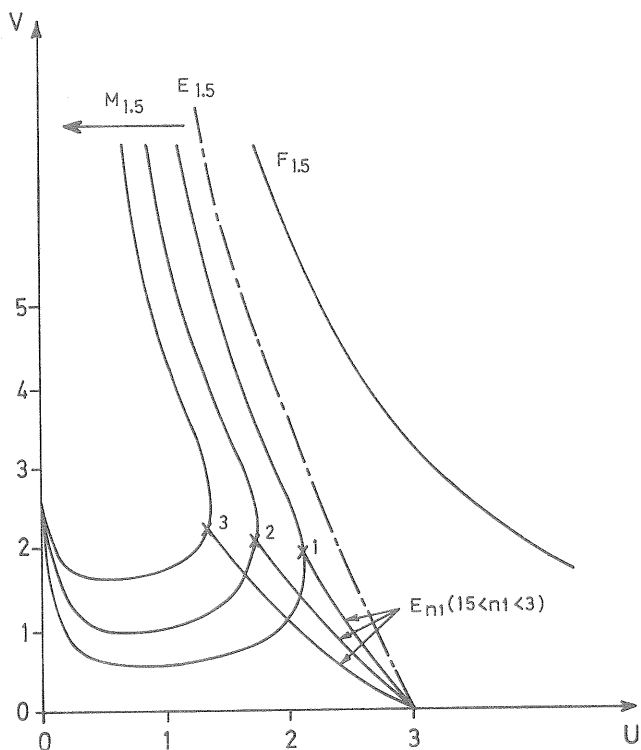


Fig. 2. — Illustration, dans le plan (U, V), de la structure polytropique mixte correspondant à un modèle composé d'un noyau radiatif de masse croissante et d'une enveloppe convective.

$$\varepsilon_n = \varepsilon_H + \varepsilon_{\text{He}^3} = (\varepsilon_H)_0 \rho T^{\nu_1} + (\varepsilon_{\text{He}^3})_0 \rho T^{\nu_2} X_3^2 \quad (5)$$

avec  $\nu_1 \simeq 5$  et  $\nu_2 \simeq 18$ .

De même, l'abondance d'équilibre de  $\text{He}^3$  se met sous la forme :

$$X_{3 \text{ eq}} = (\text{constante}) T^{(\nu_1 - \nu_2)/2} \quad (6)$$

Il en résulte

$$\frac{d \ln \varepsilon_n}{dr} = \frac{d \ln \rho}{dr} + \nu_1 \frac{d \ln T}{dr} + \frac{2 \varepsilon_{\text{He}^3}}{\varepsilon_n} \frac{d \ln X_{3 \text{ eq}}}{dr} \quad (7)$$

Le temps nécessaire pour atteindre l'abondance d'équilibre de  $\text{He}^3$  décroît quand la température croît. Par suite, dans un noyau radiatif, le rapport  $X_3/X_{3 \text{ eq}}$  est maximum au centre. Ce comportement est d'ailleurs également vrai dans un noyau convectif où  $X_3$  est constant tandis que, par la relation (6),  $X_{3 \text{ eq}}$  augmente vers l'extérieur. Ainsi, de façon tout à fait générale, le troisième terme de l'équation (7)

introduit une contribution négative à  $\frac{d \ln \varepsilon_n}{dr}$ . Tant que  $X_3$  est différent de  $X_{3 \text{ eq}}$ ,

$\varepsilon_{\text{He}^3}/\varepsilon_n$  augmente rapidement et la distribution des sources d'énergie au travers de l'étoile présente donc une concentration de plus en plus accentuée au voisinage

du centre. Ceci élève la valeur du rapport  $\frac{L_r}{m_r}$  dans cette région jusqu'à la rendre

instable vis-à-vis de la convection. Au modèle 22, un noyau convectif prend naissance et son extension en masse s'accroît au cours du temps.

Une suite de modifications de structure vont à présent intervenir, dues au fait que le temps nécessaire pour transporter à la surface de l'étoile toute l'énergie libérée par les réactions nucléaires, est considérable.

(i) Phase de dilatation des couches centrales.

L'énergie libérée va dès lors être absorbée au voisinage du centre, provoquant un accroissement de température et, a fortiori, du taux de génération d'énergie nucléaire. Comme la pression est imposée par la condition d'équilibre hydrostatique, elle ne peut pas s'élever en conséquence de cet échauffement. Afin de satisfaire à l'équation d'état, un mécanisme de « contrôle de pression » intervient alors, dont le résultat consiste en une diminution de la densité centrale. Cette situation est illustrée dans un diagramme ( $\rho_c, T_c$ ) (cf. figure 4). Les couches centrales entament un mouvement d'expansion (modèle 22), qui se communique peu à peu aux couches voisines jusqu'à atteindre la surface (modèle 26). Il faut toutefois noter que, malgré la diminution de température centrale qui en résulte rapidement (cf. figure 4), le taux de génération d'énergie nucléaire continue à croître. Ceci se comprend immédiatement en écrivant :

$$\frac{d \ln \varepsilon_n}{dt} = \frac{d \ln \rho}{dt} + \frac{\nu_1 \varepsilon_H + \nu_2 \varepsilon_{\text{He}^3}}{\varepsilon_n} \frac{d \ln T}{dt} + \frac{2 d \ln X_3}{dt} \frac{\varepsilon_{\text{He}^3}}{\varepsilon_n} \quad (8)$$

Tant que  $X_3$  n'a pas atteint sa valeur d'équilibre, la production de  $\text{He}^3$  est supérieure à sa destruction, ce qui provoque une contribution positive à  $\frac{d \ln \varepsilon_n}{dt}$ , suffisant lar-

gement à contrebalancer le refroidissement. On remarquera d'ailleurs que le noyau convectif poursuit son extension. La figure 3 montre d'autre part que cette phase

s'accompagne d'une nouvelle pénétration de l'enveloppe convective (modèle 22). Ceci est dû à la présence d'une « zone intermédiaire de refroidissement » située entre les couches centrales en expansion et l'enveloppe en contraction. A l'intérieur de cette zone, la densité augmente de façon telle que, pour maintenir la pression à la valeur fixée par le poids des couches supérieures, la température doit diminuer. Or, cette zone se trouve dans la région laissée par le retrait de l'enveloppe convective, c'est-à-dire dans une région où le gradient radiatif, en valeur absolue, est à peine inférieur à la valeur adiabatique. L'augmentation d'opacité (de type Kramers) suffit dès lors à rétablir l'instabilité vis-à-vis de la convection. L'étoile possède ainsi à la fois un noyau et une enveloppe en équilibre convectif d'extension en masse croissante. Pour la valeur la plus élevée du libre parcours moyen, la structure redevient d'ailleurs complètement convective (cf. figure 3, point A).

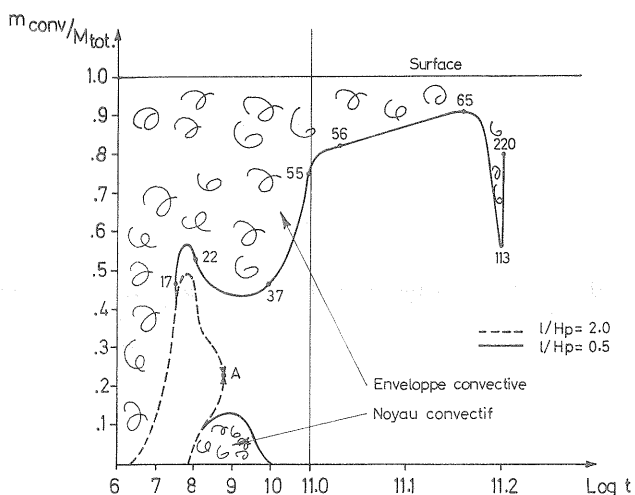


Fig. 3. — Variation au cours du temps (en années) de l'extension en masse des zones convectives (noyau et enveloppe). La structure correspondant au point A (calculée avec  $l/H_p = 2.0$ ) est complètement convective.

### (ii) Phase de contraction des régions centrales.

Au modèle 31, on peut considérer que  $\text{He}^3$  a atteint son abondance stationnaire dans le noyau convectif. Remarquons que ceci ne signifie pas que l'abondance d'équilibre locale est atteinte en chaque point, ce qui impliquerait une variation de  $X_3$  au travers du noyau convectif mais bien plutôt que les processus de création et de destruction de  $\text{He}^3$  se compensent globalement dans le noyau convectif. Dès ce moment, le refroidissement se met à influencer de manière prépondérante le taux de génération d'énergie nucléaire qui décroît alors rapidement. Ceci entraîne une nouvelle modification de structure consistant cette fois à élever la densité centrale afin de maintenir l'équilibre hydrostatique. La situation inverse de la précédente se présente donc à partir du modèle 31. La zone comprenant le noyau convectif et une partie de la zone radiative commence à se contracter. Ceci arrête rapidement le refroidissement et l'évolution se poursuit à température centrale pratiquement constante (cf. figure 4). Ce n'est qu'au modèle 37 que le centre entre à nouveau dans une phase d'échauffement. Dans les derniers modèles subissant le refroidisse-



ment, la variation de  $X_3$  n'est plus suffisante pour contrebalancer l'effet de température et ceci entraîne un retrait progressif du noyau convectif (cf. figure 3). En fait, ce retrait se poursuit même pendant la phase d'échauffement des régions cen-

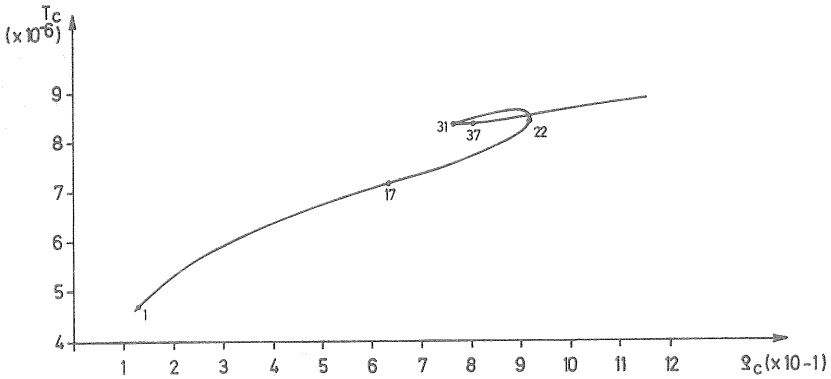


Fig. 4. — Variation de la température centrale (en °K) en fonction de la densité centrale (en gr/cm<sup>3</sup>) au cours des phases de contraction gravifique et d'approche de la séquence principale.

trales car, du fait de la valeur faible de  $v_1$  ( $\simeq 5$ ), le seul effet d'une augmentation de température ne suffit pas à maintenir la valeur absolue du gradient radiatif au-dessus de la valeur adiabatique. Au modèle 38, le noyau convectif disparaît complètement. Notons également la présence d'une « zone intermédiaire d'échauffement » dont l'effet principal est de rétablir progressivement l'équilibre radiatif à la base de l'enveloppe qui entame ainsi un nouveau retrait (cf. fig. 3). A partir du modèle 37, toutes les couches subissent un échauffement et seule l'enveloppe convective subit encore une légère dilatation, qui se maintiendra d'ailleurs tout au long de la séquence principale.

Dans le diagramme H — R, le point représentatif décrit une boucle complète que l'on peut interpréter aisément en considérant les changements de signe de  $\frac{d \ln A}{d \ln R}$  dus à la variation au cours du temps des deux zones convectives.

### c. Séquence principale (modèles 37 à 56).

La transformation d'hydrogène en hélium dans la zone de réactions nucléaires introduit une modification dans la distribution du poids moléculaire moyen,  $\mu$ . Celui-ci possède en effet, à présent, un maximum au centre, tendant vers  $4/3$  lorsque l'hydrogène est complètement épuisé. Afin de suivre d'un peu plus près les effets de cette variation de  $\mu$ , considérons un modèle de départ, d'indice 1, homogène et en équilibre hydrostatique, possédant des sources d'énergie nucléaire à l'intérieur d'un noyau de masse  $m_n$ . A partir de ce modèle, construisons le modèle 2 en modifiant *uniquement* la distribution de poids moléculaire à l'intérieur du noyau  $m_n$  (cf. figure 5). Dans ce qui suit, nous désignerons, d'une manière générale, par  $P_{c,i}$ , affecté de l'indice  $i$  relatif au modèle considéré, la pression centrale calculée au moyen de l'équation d'état, et par  $P_{c,i}^*$ , la pression centrale résultant de l'intégration de l'équation d'équilibre hydrostatique.

Le modèle 1 étant en équilibre hydrostatique, on a évidemment :

$$P_{c,1} = \frac{\mathcal{R} \rho_{c,1} T_{c,1}}{\mu_1} \equiv P_{c,1}^* = \int_0^{M_{\text{tot}}} \frac{G m_r}{4\pi r_1^2} dm_r \quad (9)$$

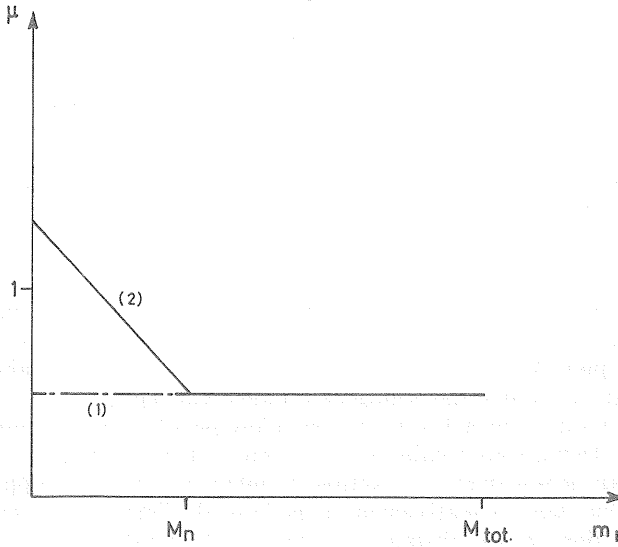


Fig. 5. — Modification schématique de la distribution du poids moléculaire moyen au travers de l'étoile par suite des réactions de combustion de l'hydrogène.

La situation est bien entendu différente pour le modèle 2, pour lequel :

$$P_{c,2} = \frac{\mathcal{R} \rho_{c,1} T_{c,1}}{\mu_2} < P_{c,2}^* = P_{c,1}^* \quad (9')$$

puisque  $\mu_2$  est supérieur à  $\mu_1$ .

L'équilibre hydrostatique, dans le modèle 2, peut être rétabli de deux façons. La première consiste à élever la température de façon telle que  $P_{c,2}$  redevienne égal à  $P_{c,1}$ . Ceci entraîne cependant une libération d'énergie nucléaire considérablement accrue, ce qui ne peut être réalisé qu'au prix d'une absorption importante dans la zone radiative : on retrouverait donc, dans ce cas, une situation analogue à celle qui apparaît à la naissance des réactions nucléaires dans une étoile en contraction gravifique (cf. § 3-b). Comme on l'a vu, ceci entraîne finalement une expansion globale de l'étoile et la situation que nous avons tenté de créer ne peut se maintenir. Quelles que soient les modifications subies par l'étoile, on peut donc en conclure que la température doit rester pratiquement constante, ou en tout cas, s'accroître d'une quantité minime,  $\delta$ , servant uniquement à compenser la diminution de l'abondance d'hydrogène figurant dans le taux de génération d'énergie nucléaire.

La seconde façon de ramener l'équilibre consiste à augmenter  $\rho_{c,1}$  de façon à avoir

$$P'_{c,2} = \frac{\mathcal{R} \rho_{c,2} (T_{c,1} + \delta)}{\mu_2} \simeq P_{c,1} \equiv P_{c,1}^* \quad (10)$$

Cependant, ceci ne peut être réalisé que par une contraction de toutes les couches où  $\mu > \mu_1$  c'est-à-dire du noyau  $m_n$  ( $r_2 \leq r_1$  pour  $0 \leq m_r \leq m_n$ ) ce qui implique à présent

$$P_{c,2}^{*'} = \int_0^{m_n} \frac{Gm_r}{4\pi r_2^4} dm_r + \int_{m_n}^{M_{\text{tot}}} \frac{Gm_r}{4\pi r_1^4} dm_r < P_{c,1}^* \quad (11)$$

La situation ainsi créée est donc instable en ce sens que le procédé utilisé pour augmenter  $P_{c,2}$ , élève plus encore la valeur de  $P_{c,2}^*$ . Il faut donc en conclure que l'étoile ne peut atteindre un nouvel état d'équilibre qu'en limitant l'accroissement de  $P_{c,2}^*$  par une dilatation des couches supérieures à  $m_n$  (ce qui a pour effet de réduire la seconde intégrale dans la relation (11)). Cette dilatation est en fait très faible, le rayon total varie à peine le long de la séquence principale, mais cette caractéristique constitue la différence essentielle entre la séquence principale d'une étoile à  $\mu$  constant et celle d'une étoile à  $\mu$  variable à la fois en fonction de  $r$  et du temps.

A présent, pour comprendre la variation de la luminosité (cf. fig. 1), représentons à nouveau le modèle physique par un polytrophe mixte obtenu en réalisant le raccord dans le plan (U, V), (cf. fig. 2), de la solution d'Emden d'indice  $n_1$  décrivant le noyau radiatif, avec une des solutions d'indice 1.5 représentant l'enveloppe convective.  $n_1$  étant supérieur à 1.5, le raccord n'est possible qu'avec une des solutions de Milne,  $M_{1.5}$ . Définissons comme point de raccordement entre les deux solutions, la surface limitant le noyau en contraction, de masse  $m^*$ , et l'enveloppe en expansion, ce qui correspond approximativement à la base de l'enveloppe convective. Cette couche se situe donc à une distance du centre,  $r^*$ , constante au cours du temps. Or, dans un polytrophe, on a la relation

$$q(x) = x^2 \frac{\theta'_n}{(\theta'_n)_s} \quad (12)$$

où

$$x = \frac{r}{R}, \quad q(x) = m(x) / M_{\text{tot}} \quad \text{et} \quad \theta'_n = \frac{d\theta_n}{d\xi}$$

La figure 6 illustre l'allure de  $x^2\theta'/( \theta' )_s$  pour différentes valeurs de  $\omega_{1.5}$  (la solution d'Emden y est représentée en traits interrompus).

Puisque le rayon total de l'étoile augmente au cours du temps, le point de raccordement va correspondre à des  $x^*$  ( $= r^*/R$ ) de plus en plus petits pour une valeur constante de  $q^*$  ( $= m^*/M_{\text{tot}}$ ). La figure 6 montre que ceci n'est possible qu'en passant à des solutions  $M_{1.5}$  associées à des valeurs de  $\omega_{1.5}$  (et de A) de plus

en plus faibles. On obtient donc une valeur négative de  $\frac{d \ln A}{d \ln R}$  et, par les relations (4),

des valeurs positives et croissantes de  $\frac{d \ln L}{d \ln R}$  et  $\frac{d \ln T_e}{d \ln R}$ . Le point représentatif du

modèle se déplace donc vers le coin supérieur gauche du diagramme H — R (cf. fig. 1, modèles 37 à 56).

Remarquons enfin que l'absence de noyau convectif permet l'apparition, dès le modèle 50, d'un maximum de génération d'énergie nucléaire situé à une distance finie du centre. En effet, si on écrit  $\varepsilon_n$  sous la forme :

$$\varepsilon_n = \varepsilon_0 \rho X_1^2 T^n \quad (13)$$

on a :

$$\frac{d \ln \varepsilon_n}{dr} = \frac{d \ln \rho}{dr} + \nu \frac{d \ln T}{dr} + 2 \frac{d \ln X_1}{dr} \quad (14)$$

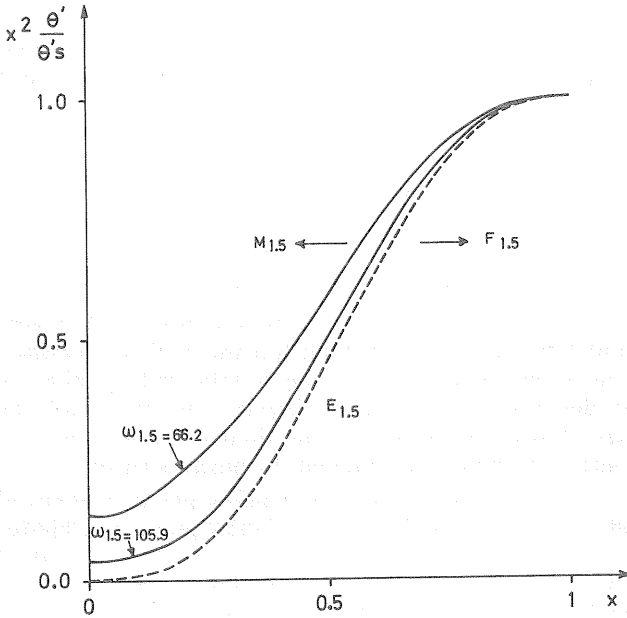


Fig. 6. — Variation de  $x^2[\theta'/\theta_s]_{1.5}$  en fonction de  $x$  pour différentes valeurs de  $\omega_{1.5}$ .

Dans un noyau radiatif,  $X_1$  est minimum au centre et croît ensuite régulièrement vers l'extérieur;  $\frac{d \ln X_1}{dr}$  est donc positif et si sa valeur est suffisamment élevée, elle peut entraîner une valeur positive de  $\frac{d \ln \varepsilon_n}{dr}$  au voisinage du centre. Ceci dépend évidemment du type de réactions nucléaires envisagé car, plus  $\nu$  est élevé, plus grande est l'importance relative du terme  $\nu \frac{d \ln T}{dr}$  vis-à-vis du terme  $2 \frac{d \ln X_1}{dr}$ , et il faut dès lors atteindre une valeur de  $X_1$  au centre d'autant plus faible que  $\nu$  est grand pour voir apparaître un changement de signe de  $\frac{d \ln \varepsilon_n}{dr}$ .

d. *Évolution vers l'état de géante rouge* (modèles 56 à 220).

Le processus amorcé à la fin de la phase précédente se poursuit, réduisant ainsi de plus en plus fort la valeur centrale de  $X_1$  qui finit par s'annuler au modèle 65. À ce moment, la région intérieure à la couche où  $\varepsilon_n$  est maximum englobe environ 17 % de la masse totale. D'autre part, ceci entraîne une valeur centrale nulle du taux de génération d'énergie nucléaire. Le déplacement du maximum de  $\varepsilon_n$  va donc se poursuivre mais en laissant, cette fois, au voisinage du centre, une zone isotherme de plus en plus étendue. La production d'énergie nucléaire n'a donc plus lieu dans

un noyau central mais bien dans une « shell » de plus en plus éloignée du centre. En l'absence de dégénérescence, l'extension en masse du noyau isotherme ne peut se poursuivre indéfiniment : au-delà de la « masse limite de Schönberg-Chandrasekhar » [11], le noyau isotherme non dégénéré n'est plus à même de supporter le poids des couches supérieures. Cependant, dans le cas des étoiles de faible masse ( $M/M_{\odot} < 1.5$  [12]), la dégénérescence fait disparaître la notion de masse limite et l'extension du noyau isotherme peut en principe se poursuivre indéfiniment. Afin de mettre en évidence les modifications de structure engendrées par la croissance d'un tel noyau, considérons un modèle en équilibre hydrostatique dans lequel le gradient de température est partout différent de zéro et examinons ce qui se produit si on lui impose une température constante dans un noyau de masse  $m_N$ . Une des conséquences immédiates de cette modification consiste évidemment en une réduction du gradient de pression à l'intérieur du noyau puisqu'on a

$$\frac{dP}{dr} = \frac{\mathcal{R}T}{\mu} \frac{d\rho}{dr} + \frac{\mathcal{R}\rho}{\mu} \frac{dT}{dr} \quad (15)$$

Or, la pression à la surface de ce noyau est imposée par le poids des couches supérieures. L'annulation du gradient de température va donc nécessiter un gradient de densité supérieur et on assiste ainsi, en vue de rétablir l'équilibre hydrostatique, à une contraction des couches isothermes d'autant plus prononcée que la couche est proche du centre. Chaque extension en masse du noyau isotherme fait réapparaître la situation rencontrée ici et une contraction du noyau s'ensuit.

Considérons à présent les modifications requises par la présence de la « shell » et affectons d'indices  $a$  et  $b$  les différentes variables prises aux limites supérieures et inférieures de celle-ci. Comme au cours de la séquence principale, les réactions nucléaires entraînent une variation du poids moléculaire moyen à l'intérieur de la « shell ». Afin de suivre les conséquences de cette situation, considérons un modèle 1, en équilibre hydrostatique, composé d'un noyau isotherme, d'une « shell » et d'une enveloppe, et un modèle 2, obtenu à partir du modèle 1, *uniquement* en augmentant le poids moléculaire moyen à l'intérieur de la « shell ». On a évidemment, en affectant au signe \* la même signification qu'au paragraphe 3-c :

$$P_{a,1} = \mathcal{R} \frac{\rho_{a,1} T_{a,1}}{\mu_1} \equiv P_{a,1}^* = \int_{m_a}^{m_b} \frac{Gm_r}{4\pi r_1^4} dm_r + \int_{m_b}^{M_{\text{tot}}} \frac{Gm_r}{4\pi r_1^4} dm_r \quad (16)$$

alors que

$$P_{a,2} = \mathcal{R} \frac{\rho_{a,1} T_{a,1}}{\mu_2} < P_{a,2}^* = P_{a,1}^* \quad (17)$$

Si l'on reproduit exactement le même raisonnement que celui du § 3-c, on constate que le retour du modèle 2 à l'équilibre hydrostatique n'est possible qu'en accompagnant la contraction des couches comprises à l'intérieur de la « shell », d'une dilatation des couches extérieures à celle-ci. Ceci est à nouveau dû au fait que la température à l'intérieur de la « shell » doit être maintenue pratiquement constante afin d'éviter un emballement des réactions nucléaires.

Examinons à présent plus spécialement l'influence de l'accroissement du gradient de pression à l'intérieur de la « shell » (dû à la contraction) sur le gradient de température. Si on suppose, en première approximation, le rapport  $L_r/m_r$  constant à l'intérieur de la « shell », la dépendance de la température vis-à-vis de la pression peut être obtenue en intégrant la relation :

$$\frac{dT}{dP} = \frac{3 \times 0 \mu m_H}{16 \pi ac Gk} \frac{L_r}{m_r} \frac{P}{T^{7.5}} \quad (18)$$

en considérant une loi d'opacité de type Kramers. Il vient :

$$T = C_1 P^{1/4.25} \text{ avec } C_1 = \left[ \frac{3 \times 0 \mu m_H L_r}{16 \pi a c G k m_r} 4.25 \right]^{1/8.5} \quad (19)$$

finalemt :

$$\frac{dT}{dr} = \frac{4.25}{C_1^{4.25}} T^{3.25} \frac{dT}{dr} \quad (20)$$

où la température,  $T$ , est maintenue pratiquement constante au cours du temps par suite de l'extrême sensibilité de  $\varepsilon_n$  à la température. On observe donc simultanément un accroissement du gradient de température à l'intérieur de la « shell », ce qui correspond à une concentration de plus en plus accentuée des sources nucléaires et, en d'autres termes, à une diminution de la « shell » à la fois en masse et en étendue. En fait, la valeur de la constante  $C_1$  varie au cours du temps; elle dépend directement de la luminosité mais comme celle-ci ne cesse de croître, ceci renforce encore le résultat obtenu. Comme les sources nucléaires sont distribuées de façon à assurer la luminosité totale, cet accroissement de la concentration d'énergie nucléaire élève la valeur du maximum de  $\varepsilon_n$ . Ceci nécessite bien sûr une élévation de la température mais, étant donné la forte dépendance du taux de génération d'énergie nucléaire vis-à-vis de la température, l'échauffement est en fait, minime. L'accroissement du gradient de température a, de ce fait, une conséquence importante car il va finalement provoquer le refroidissement des régions situées à l'extérieur de la « shell ». La couche réalisant la transition entre la zone d'échauffement et la zone de refroidissement se situe en fait, à une certaine distance de la limite supérieure de la « shell ». En effet, par suite de l'épuisement de l'hydrogène, la « shell » se déplace constamment vers l'extérieur : la température des zones situées au voisinage immédiat de la « shell » doit par conséquent s'élever au cours du temps de façon à permettre aux réactions nucléaires de s'amorcer. La zone radiative séparant la « shell » de la base de l'enveloppe convective est donc constituée d'une région en échauffement et d'une région en refroidissement. Comme dans cette dernière région, l'opacité obéit à une loi de type Kramers, le refroidissement entraîne une extension de l'enveloppe convective (cf. fig. 3). Au fur et à mesure de l'accroissement du noyau isotherme, la « shell » se déplace donc vers l'extérieur, tout en rétrécissant, tandis que la base de l'enveloppe convective se rapproche de la limite extérieure de la « shell ». Dès que la base de l'enveloppe atteint une couche où la température s'élève au cours du temps (modèle 113), la diminution d'opacité qui prend place dans cette région maintient le gradient de température à une valeur inférieure à la valeur adiabatique et toute extension ultérieure de l'enveloppe devient impossible. A partir de ce moment, la progression de la « shell » vers l'extérieur se poursuit, accompagnée cette fois, d'un retrait progressif de l'enveloppe convective.

#### 4. CONCLUSIONS

Tirons quelques conclusions générales. Tout d'abord, dans le cas d'une étoile complètement convective en contraction gravifique, la position du point représentatif dans le diagramme  $H - R$  est entièrement déterminée, pour une valeur donnée du rayon, par la loi d'opacité utilisée dans le traitement des couches extérieures. L'apparition d'un noyau radiatif tend à accroître la température effective de manière d'autant plus significative que la masse est grande. Rappelons toutefois qu'il subsiste une indétermination quant à la structure exacte des modèles, due à l'existence d'un

paramètre libre, le libre parcours moyen, dans la théorie de la convection. D'autre part, l'examen des modifications de structure consécutives à l'apparition des réactions nucléaires au centre, fait apparaître une similitude prononcée avec celles qui se produisent lors d'un flash [13]. Dans le cas étudié ici, la dégénérescence est cependant extrêmement faible, ce qui empêche le développement d'un échauffement incontrôlé, caractéristique du flash. On constate tout de même un genre d'oscillation de la structure de l'étoile, tout à fait analogue à celle d'un flash. Nous l'avons décomposée en une « phase de dilatation » suivie d'une « phase de contraction » que l'on retrouvera, de façon générale, chaque fois que des réactions nucléaires prennent naissance à l'intérieur d'une étoile jusque là en contraction gravifique.

Après une période presque statique de combustion de l'hydrogène dans un noyau central, l'étoile quitte la séquence principale par suite de l'épuisement du combustible au centre. La génération d'énergie nucléaire a lieu dès ce moment dans une « shell » entourant un noyau isotherme qui, par suite de la dégénérescence élevée du milieu, peut poursuivre son extension en masse au-delà de la valeur limite de Schönberg-Chandrasekhar. Les modifications de structure imposées par la présence d'une « shell » consistent en une contraction des couches centrales accompagnée d'une expansion des couches extérieures à la « shell ». Celle-ci est elle-même le siège de variations extrêmement rapides prenant place principalement au voisinage de sa limite extérieure. L'interprétation de ces résultats est facilitée en considérant, comme nous l'avons fait, des modèles polytropiques adaptés à la phase d'évolution considérée. Rappelons enfin que les temps d'évolution rencontrés ici sont tellement longs que si on observe une telle étoile dans un stade évolutif avancé (en particulier, dans un état de naine blanche), il faut en conclure qu'elle ne peut provenir que d'une étoile plus massive ayant expulsé une quantité de matière assez importante au cours d'un stade antérieur.

#### REMERCIEMENTS

Nous exprimons notre vive gratitude à Monsieur le Professeur P. Ledoux et à Messieurs M. Gabriel et A. Boury pour les nombreuses discussions que nous avons eues. Nous remercions aussi le F.N.R.S. et la C.A.P.U.Lg. pour les mandats qu'ils nous ont accordés.

Les calculs ont été effectués au moyen de l'ordinateur IBM 360/65 du C.E.C.T.I. de l'Université de Liège.

#### RÉFÉRENCES

- [1] IBEN I. Jr., 1965, *Astrophys. J.*, **141**, 993.
- [2] EZER D., 1966, Proc. Colloquium on Late Type Stars, p. 357.
- [3] GABRIEL M., LEDOUX P., 1967, *Ann. Astrophys.*, **30**, 975.
- [4] HENYEV L. G., FORBES J. E., GOULD N. L., 1964, *Astrophys. J.*, **139**, 306.
- [5] HENYEV L. G., VARDYA M. S., BODENHEIMER P., 1965, *Astrophys. J.*, **142**, 841.
- [6] COX A. N., STEWART J. N., EILERS D. D., 1965, *Astrophys. J., Suppl.*, **11**, 1.
- [7] HUBBARD W. B., LAMPE M., 1968, *Astrophys. J. Suppl.*, **18**, 297.
- [8] FOWLER W. A., CAUGHLAN G. R., ZIMMERMAN B. A., 1967, *Ann. Rev. Astr. and Astrophys.*, **5**, 525.
- [9] BODENHEIMER P., FORBES J. E., GOULD N. L., HENYEV L. G., 1965, *Astrophys. J.*, **141**, 1019.

- [10] HAYASHI C., NAKANO T., 1963, *Progr. Theor. Phys.*, **30**, 460.
- [11] SCHÖNBERG M., CHANDRASEKHAR S., 1942, *Astrophys. J.*, **96**, 161.
- [12] SUDA K., HITOTUYANAGI Z., 1959, *P.A.S.P.*, **12**, 21.
- [13] NOELS A., 1971, soumis à *Astron. and Astrophys.*