

## Aperçu de la formation des échelles musicales

par

**Monsieur Jean Bosquet<sup>1</sup>**  
**Professeur émérite de l'ULB**

Il y a aujourd'hui 306 ans que Jean Sébastien Bach, le maître du *Clavier bien tempéré*, venait au monde. Cet anniversaire coïncide heureusement donc avec le sujet dont j'avais l'intention de vous entretenir : la formation des échelles musicales.

On sait qu'une corde vibrante divisée en deux donne l'octave du son fondamental, mais si l'on désire obtenir des sons nouveaux susceptibles de se situer à l'intérieur d'une octave, il faut diviser la corde au moins au tiers de sa longueur. On obtient ainsi la quinte et la douzième, octave de la quinte. La superposition d'une nouvelle quinte crée un intervalle de neuvième majeure qui, divisé par deux, nous donne un ton entier dont le rapport de fréquences avec le fondamental vaut donc  $3/2 \times 3/2 : 2 = 9/8$ , mais les musiciens additionnent ou soustraient des intervalles en disant : deux quintes moins une octave égalent un ton. C'est ainsi qu'un clavier de piano est à peu près la matérialisation d'une table de logarithmes d'intervalles ou de rapports de fréquences.

Depuis plus d'un siècle, l'unité de mesure la plus fréquemment utilisée est le *cent* ou centième de demi-ton tempéré  $2^{1/12}$  proposé en 1832 par le baron de Prony (professeur à l'Ecole Polytechnique depuis sa fondation en 1795) sous le nom de *centième* et adopté par Ellis en 1884 pour sa traduction de la *Théorie physiologique de la Musique* d'Helmholtz.

Une octave vaut donc 1200 cents et une quinte juste 701,955 soit pratiquement 702 cents.

L'échelle musicale la plus ancienne s'obtient par la superposition de quatre quintes, soit, si l'on part de *do*, les notes *do, sol, ré, la, mi*. C'est la gamme pentatonique que le célèbre musicologue belge F. A. Gevaert qualifie de "pentaphone" (adjectif qui, quoique assez logique, ne figure dans aucun dictionnaire !).

Cette gamme est née indépendamment en Chine et sur les bords du Nil, puis se serait répandue dans tout l'Occident celtique : de nombreux chants traditionnels écossais encore vivants de nos jours sont pentatoniques notamment le célèbre *Auld lang syne*. En Chine, depuis la plus haute antiquité, elle avait été complétée par des sons créés par des quintes supplémentaires - les *pyens* - jusqu'à l'obtention de la gamme diatonique dite de Pythagore

---

<sup>1</sup>Monsieur le Professeur Jean Bosquet a bien voulu nous confier le texte d'une communication qu'il a faite au *Symposium de Paramétrie* organisé par la *Société européenne de Paramétrie* à Grand-Bigard, le 21 mars 1991.

Nous l'en remercions vivement et nous sommes heureux de présenter aux membres de la Société liégeoise de Musicologie cette vue synthétique claire et précise d'un problème fondamental pour la Musique.

(comprenant 7 sons) et, enfin, de l'échelle chromatique de 12 degrés par octave. Mais, à ce stade, une difficulté grave se présentait : la douzième quinte créait un son situé à  $2 \times 12 = 24$  cents au-dessus de l'octave juste : près d'un quart de demi-ton. Or la qualité du gouvernement des empereurs était associée à la conservation, au palais impérial, des *lyus*, que nous appellerions aujourd'hui des étalons de fréquence, qui devaient être accordés aux 12 sons (ou 24 sons) d'une (ou de deux) gammes chromatiques. Les *lyus* étaient réalisés en tubes de bambou, en cloches ou gongs de bronze et même en jade blanc et en pierres (dont notre Musée instrumental possède un exemplaire). Le respect de l'octave exigeait dès lors l'annulation de ce "comma de Pythagore" ou comma "diatonique" en diminuant de 1 à 12 des quintes génératrices de la gamme. On en discutera en Chine jusqu'à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle. En -50, King Fang avait déjà prolongé la spirale des quintes jusqu'à 60 !

En occident, les luths et les guitares, instruments à frettes, devaient être accordés en principe suivant la gamme également tempérée. Il est aisé de montrer théoriquement qu'il doit en être ainsi dès que des notes de même hauteur doivent être produites sur des cordes différentes. Mais, dès le XIV<sup>e</sup> siècle, le clavier chromatique de douze notes par octave se constitue et, simultanément, le problème de leur accord, qui se complique par la nécessité de faire une place à l'intervalle de tierce majeure naturelle créée par les harmoniques 4 et 5, dont le rapport  $5/4$  vaut 386,3 cents. Or, la tierce créée par 4 quintes justes *do - sol - ré - la - mi* vaut 408 cents et sonne passablement faux, conformément d'ailleurs à la théorie des consonances de Helmholtz : le nombre de battements (la "rapidité" des accordeurs de pianos) d'un intervalle faussé est égal à la différence des fréquences des deux harmoniques qui coïncideraient dans l'intervalle juste et battent entre eux à des sons purs (sinusoïdaux), car il s'agit alors d'une fluctuation périodique, audible de l'amplitude de la somme des sinusoïdes composantes.

La tierce pythagoricienne de 408 cents a été qualifiée de "schwefelich" (sulfureuse par Arnold Schlick (en 1511) et de "abscheuliges Intervall" (horrible) par Marpurg (en 1790 !), quoiqu'elle soit moins intolérable lorsqu'elle est accompagnée d'une quinte juste dans l'accord parfait.

Toujours est-il que dès la fin du XV<sup>e</sup> siècle, le souci d'obtenir le plus grand nombre de tierces justes, soit huit, a impliqué le tempérament dit *mésotonique* (*mean tone system*) comprenant donc 4 tierces très fortes, guère jouables, 11 quintes un peu faibles de 696,6 cents et une quinte très dissonante (*sol#-mi b*) de 737,6 cents la "quinte du loup". La théorie de ce tempérament a été publiée par Pietro Aaron en 1523. Il fut décrit encore par Jean Denis (1650), recommandé chaudement par Dom Bedos de Celles dans son traité *L'Art du facteur d'Orgues* en 1778 et utilisé par le célèbre facteur d'orgues Gottfried Silbermann (contemporain de J.S. Bach) avec une quinte du loup adoucie à 720 cents, et considéré comme le "tempérament ordinaire" (quoiqu'avec 3 quintes d'environ 712 cents sur le *sol#*, *mi b*, *si b*, *fa*) en Angleterre jusqu'à l'Exposition universelle de 1851.

Dès le XVIII<sup>e</sup> siècle, des tempéraments plus proches du tempérament égal ont été décrits (G.M. Lanfranco, déjà en 1533, Zhu Zaiyu en Chine en 1584, qui calcula même  $2^{1/12}$  avec 24 décimales !) et des oeuvres exigeant un tempérament jouable dans tous les tons ont été publiées en Angleterre au début du siècle suivant (les *Hexachord* de John Bull et de Alfonso Ferrabosco I).

A la fin du XVII<sup>e</sup> siècle, l'organiste allemand Andreas Werckmeister, a publié plusieurs tempéraments dont l'un "dem generi diatonico favorabel" [sic] est un mésotonique adouci comprenant 7 tierces de 392 cents et seulement 3 tierces du loup de 416 cents, sur *fa*#, *do*# et *sol*#, 5 quintes justes et seulement deux quintes un peu fortes de 710 cents sur *sol*# et *mi*b. Le tempérament "dem generi chromatico favorabel" comprend 8 quintes justes, 4 quintes réduites, 2 tierces de 390 cents sur *fa* et *do*, et seulement trois tierces pythagoriciennes sur *fa*#, *do*# et *sol*#. C'est un excellent compromis, encore utilisé de nos jours.

J.S. Bach, d'après des témoignages contemporains, considérait le tempérament de G. Silbermann comme trop inégal. Or, il accordait son clavicorde en un quart d'heure. Son fils, Carl Philip Emmanuel, nous éclaire à ce sujet, dans son traité *Besuch über die wahre Art das Clavier zu spielen* (Erste Teil, 1753) où il écrit que "la plupart des quintes doivent être légèrement diminuées..." donc (sous-entendu) pas toutes. On obtient ainsi des tempéraments légèrement inégaux qui permettent "de faire bien l'usage de toutes les vingt-quatre tonalités". En 1946, Théophile De Donder, le célèbre professeur de physique mathématique de l'Université libre de Bruxelles, bon pianiste amateur, avait déjà attiré l'attention sur la distinction qu'il convenait, à son avis, de faire entre le tempérament égal et le système *bien tempéré* auquel J.S. Bach se réfère dans ses deux recueils. Assez curieusement, d'ailleurs, De Donder aborda ce problème non en mathématicien, mais en musicien pratiquant et en esthète.

Nous en arrivons ainsi à l'accord du piano. En raison d'une certaine inharmonicité des cordes graves et aiguës, ainsi que de la légère extension de l'octave souhaitée par notre oreille lorsqu'elle écoute des sons *successifs*, un piano s'accorde, depuis plus d'un siècle et demi, par *quintes justes* dans toute l'étendue du clavier, ce qui implique des octaves de 1203,4 cents et des tierces de 401 cents aussi tolérables que celles du tempérament égal. Certains accordeurs exagèrent parfois l'élargissement des octaves vers l'aigu et même vers le grave...

Un mot également de la gamme heptatonique de Zarlino (1558), identique, au *la* près, à celle d'Aristoxène de Tarente et dite "des physiciens", formée par trois accords parfaits sur *fa*, *do* et *sol*. Elle comprend également deux accords mineurs justes, sur *la* et *mi*, mais la quinte *ré - la* n'a que 680 cents. Le père Marin Mersenne, dans son *Harmonie universelle* de 1636-37, en a publié une extension aux 12 degrés chromatiques qui contient une quinte du loup et 4 tierces du loup comme le mésotonique. D'autres tentatives similaires furent tout aussi inefficaces. Après avoir imaginé un accord très proche de celui "diatonico... favorabel" de Werckmeister, Jean Philippe Rameau finit par se rallier au tempérament égal.

Citons également l'élève de Bach, Jean-Philippe Kirnberger qui, après deux tentatives discutables, publia en 1779 un tempérament assez proche du "chromatico favorabel" de Werckmeister et utilisé encore parfois de nos jours, avec succès.

En 1982, H.A. Kellner, en se basant sur des considérations logiques, a proposé un système d'accord très satisfaisant, proche d'ailleurs des deux précédents, que j'ai adopté pour mon orgue de salon.

A ce propos, une tentative d'accorder un orgue comme un piano a, logiquement d'ailleurs, été jugée inadéquate.

Pour conclure cet exposé, très synthétique, il convient de dire quelques mots des échelles "multiples" comprenant plus de 12 sons par octaves, que l'on a imaginées dès le XVI<sup>e</sup> siècle, dans le but de pouvoir jouer juste dans tous les tons. On a constaté que le tempérament mésotonique comporte deux espèces de demi-tons : 7 demi-tons diatoniques de 117 cents, soit, respectivement, à peu près  $3/5$  et  $2/5$  du ton moyen de 193,2 cents. L'octave se compose aussi de  $(3 \times 7) + (2 \times 5) = 31$  cinquièmes de ton moyen. Ce système fut décrit par Nicolas Vicentino en 1555 et réalisé en 1606 (archicembalo de Vito Trasuntino conservé au musée de Bologne), puis préconisé aux Pays-Bas, vers 1655, par le physicien Christian Huyghens. Il existe, au musée Teyler à Haarlem, un orgue à 31 touches par octave réalisé en 1950 par les soins de feu le conservateur et acousticien très distingué A.D. Fokker.

Le moyen le plus rapide de trouver des échelles multiples consiste à utiliser une règle à calcul ordinaire sur laquelle on lit des rapports de nombres entiers égaux aux fractions  $1200/702$  (quintes) et  $1200/386,3$  (tierces majeures justes). On obtient ainsi, entre autres, les nombres de touches par octave, quinte, tierce ci-après : 12, 7, 4; 19, 11, 6 ; 31, 18, 10; 43, 25, 14 (les *merides* de Sauveur, 1700) ; 53, 31, 17 (Nicolas Mercator et William Holder, 1694) ; 118, 69, 38.

Des harmoniums de 53 notes par octaves ont été construits, au XIX<sup>e</sup> siècle, en Allemagne (von Oettingen, dont un exemplaire existait à Bruxelles en 1936) et en Angleterre (R.H.M. Bosanquet).

Une solution plus simple a été imaginée par Helmholtz et améliorée par son traducteur G. Guérout : deux claviers de 12 notes par octave accordés à un comma *diesis* l'un de l'autre permettent l'obtention de quintes et de tierces majeures et mineures justes à très peu près.

Quoique ces divisions rationnelles de l'octave eussent pour but l'obtention de quintes et de tierces plus justes que celles du tempérament égal, des compositeurs du XX<sup>e</sup> siècle les ont utilisées en tant que telles, faisant passer leur raison d'être initiale au second plan. Cette démarche, le "microtonalisme", ne laisse évidemment pas de poser des problèmes pratiques de réalisation.

Citons l'harmonique 7, utilisé, ainsi que les n<sup>os</sup> 9 et 11, dans une oeuvre originale de Stockhausen (1968) intitulée *Stimmung*, ainsi qu'en tant que jeu de mutation simple dans le grand orgue de Notre-Dame de Paris (Cavaillé-Coll, 1869).

Les gammes orientales, des 24 échelons de la gamme turque aux 22 *shrutis* de la gamme indienne, proviennent toutes de la spirale des quintes, véritable colonne vertébrale de la musique universelle.