

Introduction aux méthodes multicritères d'aide à la décision

Sami Ben Mena

Unité de Mathématique. Faculté universitaire des Sciences agronomiques de Gembloux. Passage des Déportés, 2. B–5030 Gembloux (Belgique). E-mail : benmena.s@fsagx.ac.be

Reçu le 19 janvier 2000, accepté le 23 février 2000.

L'approche classique des problèmes de décision, c'est-à-dire l'optimisation d'une unique fonction économique, montre certaines faiblesses auxquelles les méthodes multicritères semblent pallier. L'objectif de cet article est de montrer, au lecteur non initié, l'intérêt de ces méthodes et d'en présenter les fondements méthodologiques. La diversité de ces méthodes réside dans la façon d'effectuer la synthèse de l'information contenue dans chaque critère. Une classification selon trois grandes approches est alors proposée (agrégations complète, partielle et locale). Au sein de chaque approche sont détaillées les bases théoriques et des cas concrets d'application sont cités. En conclusion, sont soulignées les potentialités des méthodes multicritères et les précautions à prendre lors de leur utilisation.

Mots-clés. Prise de décision, méthode multicritère, agrégation locale, agrégation partielle, agrégation totale, surclassement, fonction d'utilité, programmation mathématique.

Introduction to multicriteria decision aid methods. Classical approach of decision problems, i.e. optimisation of a single economic function, shows some weaknesses which multicriteria methods seem to palliate. The objective of this item is then to show to non-initiated readers the interest of these methods and to introduce the methodological foundations of them. The diversity of these methods lies in the way to synthesise information being kept in each criterion. A classification according to three major approaches is suggested (complete, partial and local aggregations). For each approach, theoretical bases are detailed and concrete cases of application are quoted. The conclusion emphasizes potentialities of multicriteria methods and the precautions that have to be taken when they are used.

Keywords. Decision making, multicriteria methods, complete aggregation, local aggregation, partial aggregation, outranking, utility function, mathematical programming.

1. INTRODUCTION

Jusqu'il y a peu, lorsqu'un gestionnaire devait prendre une décision, il pouvait consulter des experts, se baser sur des cas similaires au sien ou encore faire appel aux techniques de la recherche opérationnelle dite classique. Or celle-ci se préoccupe essentiellement d'optimiser une fonction dite économique. Aussi, à une époque où la longueur et le nombre de calculs n'est plus, grâce aux ordinateurs, un facteur limitant, et dans un monde où la densité de population n'autorise plus le moindre gaspillage des ressources naturelles –dans le sens le plus large qui soit–, un projet de gestion environnementale n'incluant que des considérations relatives à un seul aspect du problème (la fonction économique), est de plus en plus dénué d'intérêt. Ainsi, les techniques d'optimisation ou de recherche opérationnelle, bien que toujours utiles dans certains domaines, doivent

faire place à d'autres méthodes, intégrant ce qui n'a pas de prix ni même de cours financier.

Les méthodes d'analyse multicritère ou, plus exactement, les méthodes d'aide multicritère à la décision sont des techniques assez récentes et en plein développement. Par leur manière d'intégrer tout type de critères, ces procédures semblent mieux permettre de se diriger vers un judicieux compromis plutôt qu'un optimum souvent désuet.

Le texte qui suit a donc pour objectif de constituer une entrée en matière, succincte mais néanmoins étoffée d'exemples d'applications, et destinée au profane désireux de connaître des techniques "nouvelles". En outre, dans le contexte d'une revue à caractère agronomique, cet article, devrait constituer une introduction à d'autres articles, toujours de type agronomique, mais dont le côté mathématique nécessiterait la connaissance des bases présentées ci-après.

2. LES RAISONS D'ÊTRE DES MÉTHODES MULTICRITÈRES

Le domaine qui nous intéresse, à savoir la gestion environnementale¹, constitue un secteur porteur pour les méthodes multicritères. En effet, une simple analyse "coûts-bénéfices" montre très vite ses limites et son inadéquation à traiter les problèmes complexes auxquels se confronte le gestionnaire de l'environnement : comment ramener à une base commune, de surcroît monétaire, des impacts aussi hétéroclites que le bruit, la pollution des eaux, et la dégradation du paysage ? (Maystre *et al.*, 1994 ; Maystre, 1997). Ceci ne constitue qu'un exemple dans un domaine particulier mais nous allons voir que l'on peut effectuer une certaine généralisation.

Avant l'apparition de l'analyse multicritère, les problèmes de décision se ramenaient le plus souvent à l'optimisation d'une fonction économique. Cette approche avait le mérite de déboucher sur des problèmes mathématiques bien posés mais qui n'étaient pas toujours représentatifs de la réalité car :

- la comparaison de plusieurs actions possibles se fait rarement suivant un seul critère ;
- les préférences sur un critère sont, dans bien des cas, difficilement modélisables par une fonction ;
- lorsqu'il y a plusieurs objectifs, il est impossible de les atteindre tous à la fois (Maystre *et al.*, 1994).

Ainsi, on peut dire que le domaine de réussite de la recherche opérationnelle est constitué de tous les problèmes qu'il est possible d'isoler du processus de gestion du système (ex. : choix du mélange optimal pour des rations alimentaires destinées au bétail). Par complément, le domaine d'échec de la recherche opérationnelle comprend toutes les décisions de gestion qu'on ne peut isoler de leur contexte (ex. : tracé d'une autoroute). Dans tous ces derniers cas, la recherche opérationnelle a déçu car on lui avait fixé un objectif (trop) ambitieux : désigner, en toutes circonstances, la meilleure décision, l'optimum... même quand cette notion pouvait être vide de sens (Schärlig, 1985). En effet, cette optimisation se base sur des hypothèses extrêmement lourdes.

La première, dite de globalité, suppose que, par la recherche d'une décision optimale parmi toutes les actions potentielles, on pourra désigner une action unique comme la meilleure. Cela présume que toutes les actions potentielles comprennent tous les aspects de la question et sont mutuellement exclusives. Or elles sont souvent complémentaires, partielles et rarement globales.

¹ Cette notion sera précisée au point 3.2. par des exemples concrets d'applications.

Une seconde hypothèse, dite de stabilité, postule que l'ensemble des actions potentielles n'est jamais remis en cause lors de l'étude. Or cette dernière fait souvent jaillir de nouvelles idées au cours de son déroulement.

La troisième et dernière hypothèse est celle de complète comparabilité transitive. Elle souffre trois grandes critiques :

1. Elle ne tient pas compte de la situation d'incomparabilité.
2. Elle ignore le fait que l'indifférence est parfois intransitive.
3. Elle oublie que la préférence elle-même n'est pas nécessairement transitive.

La première critique intervient par exemple lorsqu'une personne se retrouve face à des alternatives sans qu'elle puisse dire laquelle elle préfère. C'est le cas de celui qui cherche à éclairer une décision mais qui est gêné par l'imperfection des informations dont il dispose. Ce sont des situations embarrassantes mathématiquement mais tellement humaines.

D'ailleurs, l'intransitivité de l'indifférence repose aussi sur des considérations humaines. Être indifférent entre a et b et entre b et c ne signifie pas forcément que l'on est indifférent entre a et c. Pour s'en convaincre, reprenons un exemple. Soit un indice de diversité d'essences forestières, variant de 0 à 1 de façon continue, 1 représentant une diversité maximale. Il est évidemment possible de concevoir des aménagements forestiers donnant lieu à toute une gamme de valeurs de cet indice. De même, un classement de ces aménagements selon cet indice est aisément réalisable. Si on passe de l'aménagement à indice nul à l'aménagement dont l'indice est de 0,1, on peut estimer que cette différence de diversité est négligeable. Idem entre 0,1 et 0,2, et ainsi de suite. Mais il est évident que la préférence remplacera l'indifférence lorsque l'intervalle entre deux indices sera de 0,5 par exemple. On voit donc que l'indifférence n'est pas l'analogue de l'égalité mathématique. Elle recouvre une situation de préférence faible, c'est-à-dire d'une préférence qui n'est pas suffisante pour être humainement ressentie et exprimée.

Pour démontrer l'intransitivité de la préférence, utilisons encore un exemple (ou plutôt un contre-exemple), inspiré de Schärlig (1985). Soit une entreprise forestière désirant effectuer des éclaircies par des moyens motorisés. Supposons qu'elle puisse choisir entre trois types de tronçonneuses-ébrancheuses-calibreuses (engins utilisés en Scandinavie ou en Amérique du Nord), considérés comme trois ensembles. Il est aisément concevable d'attribuer séparément, selon leurs performances, une évaluation à chaque tronçonneuse, ébrancheuse et calibreuse. Pour opérer le meilleur achat au sein des trois ensembles, le

gestionnaire de l'entreprise décide de suivre la règle suivante :

- entre deux ensembles, comparer la valeur de chaque machine d'un ensemble aux trois valeurs de l'autre ensemble (donc, au total, neuf comparaisons pour une paire d'ensembles) ;
- comptabiliser ensuite le nombre total de fois que les machines d'un des deux ensembles sont, de par leurs évaluations, supérieures aux machines de l'autre ensemble ;
- un ensemble l'emporte sur l'autre s'il est plus de 4 fois sur 9 supérieur.

Imaginons que les valeurs des neuf éléments soient celles de la **figure 1**.

Par la règle explicitée ci-avant, l'ensemble A l'emporte contre le B et le B contre le C (à chaque fois, 5 "victoires" contre 4). Une conclusion hâtive consisterait à dire que l'ensemble A l'emporte contre le C. Or un examen du tableau ci-dessus indique qu'il en est tout autrement. Donc, $A > B$ et $B > C$ entraîne ici $A < C$ et non $A > C$!

Outre le postulat de l'existence d'un optimum, on notera que la recherche opérationnelle repose encore sur deux autres postulats, tout aussi contestables, qui portent l'un sur la décision, l'autre sur le modèle. La conception classique de l'optimum sous-entend que l'étude conduit à une décision nette, indiscutée, prise une fois pour toutes, à un moment précis et par une personne responsable. En fait, une décision est souvent un processus chaotique, fruit de nombreuses confrontations entre les systèmes de préférences de plusieurs personnes, et fruit de toutes sortes d'interactions et de synergies. Quant au modèle, il est censé représenter le problème sous une certaine forme mathématique, pour pouvoir ensuite lui appliquer des règles et des procédés mathématiques et en faire sortir ainsi la solution optimale. Encore faut-il être certain que le modèle retenu représente bien la réalité. Ce qui n'est pas souvent le cas...

Numéro de la
machine dans
l'ensemble

	1	2	3
A	8	1	6
B	3	5	7
C	4	9	2

Ensemble

Figure 1. Évaluations attribuées à trois machines faisant partie de trois ensembles distincts — *Evaluations of three engines forming parts of three different sets.*

Voilà donc pourquoi, dans des problèmes où les hypothèses énoncées ci-avant n'étaient pas vérifiées, la recherche opérationnelle a échoué.

Après avoir exposé la "misère de l'optimisation", reste à démontrer que la solution réside dans le "bonheur du multicritère".

Choisir d'optimiser, c'est implicitement se situer dans une approche à critère unique. Cela se démontre aisément par l'absurde : dès que l'on prend plusieurs points de vue pour juger des conséquences de plusieurs actions, on risque de désigner comme optimale une action différente pour chaque point de vue et qu'en fin de compte, aucun optimum ne se dégage des calculs. Or toute la réalité humaine est "à points de vue multiples" ou encore multicritère. Prenons un exemple concret : si, pour acheter une voiture, un individu ne considérait que l'aspect financier, tout le monde roulerait en 2CV. C'est évidemment loin d'être le cas. Et cela ne concerne qu'un individu à la fois. Mais dans un service public ou dans la gestion d'un État, les intervenants sont multiples. Multiplicité des critères, multiplicité des intervenants : les deux phénomènes ne se superposent pas uniquement, ils se multiplient. Cela devrait déjà suffire pour envisager de nouvelles méthodes par rapport à l'optimisation.

On peut encore ajouter deux autres faits : le côté non commensurable de certains critères et le fait qu'ils puissent être contradictoires. Reprenons l'exemple de la 2CV. Un futur propriétaire conducteur désire que sa voiture soit confortable, peut-être aussi sportive, sûre,... Ces différents aspects ne sont pas traduisibles en coûts car ils n'ont pas de cours ni dans l'économie ni dans la tête de l'individu. Il faut donc utiliser des méthodes qui sachent tenir compte de plusieurs critères sans les réduire à un seul (en général pécuniaire). Cela reste évidemment vrai pour l'aménagement d'un bassin versant où l'aspect paysager peut difficilement être incorporé dans une fonction économique au sens strict.

Si on rassemble tous les critères énumérés dans le choix d'une voiture, à savoir le coût à l'achat, le confort, la sportivité, la sécurité et qu'on y ajoute en plus l'économie à l'usage, il n'est pas difficile de constater que toutes ces notions sont assez contradictoires. La transposition à la collectivité publique, lors du choix du meilleur emplacement pour la construction d'une station d'épuration, est immédiate : la minimisation des nuisances olfactives par éloignement vis-à-vis des habitations est en contradiction avec le coût de l'acheminement de l'eau par exemple. Cela montre la nécessité de rechercher des méthodes qui ne soient pas gênées par les conflits qui apparaîtront entre les différents critères pris en compte.

Une ultime constatation est que certains problèmes semblent pouvoir être isolés de leur contexte et donc être traités par l'optimisation. Cette apparente appartenance au domaine de réussite de la recherche opérationnelle

est parfois la cause de cuisants échecs. C'est là un argument de plus pour les méthodes multicritères.

En conclusion, on peut affirmer, comme Mareschal lors d'une conférence donnée à Gembloux (11/3/98), que "l'analyse multicritère est une sorte de prolongement de la recherche opérationnelle, mais certainement pas une rivale qui cherche à l'éliminer".

3. LES DIFFÉRENTES MÉTHODES D'ANALYSE MULTICRITÈRE

Le présent chapitre n'a pas la prétention de montrer dans le détail le fonctionnement de toutes les méthodes. Simplement, après en avoir exposé les bases théoriques, on se contentera de citer les quelques méthodes les plus répandues en introduisant leurs particularités.

3.1. Les bases méthodologiques²

En toute généralité, lorsqu'on pose un problème multicritère, il s'agit d'en trouver la "solution la plus adéquate", compte tenu d'un certain ensemble de critères, cette solution pouvant prendre diverses formes (choix, affectation, classement). On peut alors opérer en 4 grandes étapes³ :

1. Dresser la liste des actions potentielles
2. Dresser la liste des critères à prendre en considération
3. Établir le tableau des performances
4. Agréger les performances.

Dresser la liste des actions potentielles. D'après Roy (1985), "une action 'a' est la représentation d'une éventuelle contribution à la décision globale, susceptible, eu égard à l'état d'avancement du processus de décision, d'être envisagée de façon autonome et de servir de point d'application à l'aide à la décision (ce point pouvant suffire à caractériser a)."

Le terme "autonome" signifie que l'action peut être considérée isolément de toute autre sans pour autant perdre sa portée décisionnelle ou sa valeur de point d'application d'aide à la décision.

L'adjectif "potentielle" a son importance. "Une action potentielle est une action réelle ou fictive provisoirement jugée réaliste par un acteur au moins ou présumée comme telle par l'homme d'étude en vue de l'aide à la décision ; l'ensemble des actions potentielles sur lequel l'aide à la décision prend appui au cours d'une phase d'étude est noté A" (Roy, 1985).

² Le détail de la méthodologie exposée sous ce titre est repris dans le livre de Roy (1985), comportant plus de 400 pages !

³ Ces étapes sont numérotées de 1 à 4 mais cette numérotation se veut uniquement suggestive car il est entendu que d'éventuels retours en arrière sont possibles.

A devra être aussi complet que possible, ce qui n'est pas toujours évident.

Dresser la liste des critères à prendre en considération.

Ces critères découlent des conséquences des actions, c'est-à-dire de "tout effet ou attribut de l'action susceptible d'interférer avec les objectifs ou avec le système de valeurs d'un acteur du processus de décision, en tant qu'élément primaire à partir duquel il élabore, justifie ou transforme ses préférences" (Roy 1985).

Il est rare qu'une action n'ait qu'une conséquence. Aussi, on parlera de l'ensemble des conséquences ou, mieux, du nuage de conséquences (a). Au sein de (a), on va tenter d'isoler et typer des conséquences élémentaires c, suffisamment bien perçues pour permettre une description précise de ce par quoi elles se manifestent concrètement après la mise à exécution de l'action potentielle a. On admet que cette description peut se faire en termes d'état(s) associé(s) à la conséquence c.

De la conséquence c, on aboutit à la notion d'indicateur d'état c_c qui est une procédure, règle ou technique qui sert à attribuer une valeur à l'état qui, selon toute vraisemblance, se réalisera si l'action est mise à exécution. À ces indicateurs d'état sont éventuellement associés des indicateurs de dispersion (a), servant à moduler la vraisemblance des différents états (ex : distribution de probabilité).

On en arrive ainsi à l'évaluation globale de l'action selon n critères :

$$(a) = \{ i(a), i(a) \mid i = 1, \dots, n \}.$$

Cette évaluation permet, à l'aide d'un éventuel codage, de définir des fonctions-critères ou critères g, dont les a_i sont les paramètres. Pour une fonction g, deux actions a' et a seront comparées de la façon suivante :

$$g(a') \quad g(a) \quad a' S a$$

où S désigne une relation de surclassement (la notion de surclassement sera précisée à la page 88, *Considérations générales*).

Il existe alors différents types de critères dont la définition fait appel aux notions énoncées dans le **tableau 1**.

En outre, on retrouvera dans les définitions de types de critères les expressions $q_g[g(a)]$ et $p_g[g(a)]$. Elles désignent respectivement les seuil d'indifférence et seuil de préférence. Voici les principaux critères utilisés :

- Pseudo-critère : fonction-critère g à laquelle se trouvent associées deux fonctions seuils $q_g[g(a)]$ et $p_g[g(a)]$ telles que

Tableau 1. Définitions de l'indifférence, de la préférence faible, de la préférence stricte et de l'incomparabilité — *Definitions of indifference, of weak preference, of strong preference and of incomparability.*

Situation	Définition	Relation binaire (propriétés)
Indifférence	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui justifient une équivalence entre les deux actions.	I : relation symétrique et réflexive.
Préférence stricte	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui justifient une préférence significative en faveur de l'une (identifiée) des deux actions.	P : relation asymétrique (irréflexive).
Préférence faible	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui infirment une préférence stricte en faveur de l'une (identifiée) des deux actions mais ces raisons sont insuffisantes pour en déduire soit une préférence stricte en faveur de l'autre soit une indifférence entre ces deux actions (ces raisons ne permettent donc pas d'isoler l'une des deux situations précédentes comme étant la seule appropriée).	Q (comme "quasi") : relation asymétrique (irréflexive).
Incomparabilité	Elle correspond à l'absence de raisons claires et positives justifiant l'une des trois situations précédentes.	R (comme "refus de se prononcer") : relation symétrique irréflexive.

$$g(a') \succsim g(a) \begin{cases} a' I_a a \text{ si } g(a') - g(a) = q_g[g(a)] \\ a' Q_a a \text{ si } q_g[g(a)] < g(a') - g(a) \\ a' P_a a \text{ si } p_g[g(a)] < g(a') - g(a) \end{cases}$$

- Vrai critère : pseudo-critère où $q_g[g(a)] = p_g[g(a)] = 0$
- Quasi-critère : pseudo-critère où $q_g[g(a)] = p_g[g(a)]$,
a A
- Pré-critère : pseudo-critère où $q_g[g(a)] = 0$

L'ensemble de tous les critères élaborés est nommé famille F. Celle-ci devra être cohérente, c'est-à-dire qu'elle respectera des exigences d'exhaustivité, de cohésion et de non-redondance (Roy, 1985). En outre, on s'efforcera de ne retenir que des critères indépendants.

Enfin, de nombreuses méthodes d'analyse demanderont d'affecter des poids ou coefficients d'importance ou encore des taux de substitution aux différents critères.

Établir le tableau des performances. Ce tableau est constitué, en lignes, des actions de A, et en colonnes, des critères de F. Les valeurs qui remplissent ce tableau ne sont rien d'autre que les $g_j(a_i)$. Ces nombres peuvent être des rangs, donc dépourvus de toute signification cardinale, d'où l'appellation de performance.

Pour bien faire, chaque colonne contiendra aussi, comme information complémentaire, les fonctions-seuils $q_g[g(a)]$ et $p_g[g(a)]$ et les éventuels "poids".

On remarquera encore que cette représentation de A permet de comprendre chaque action comme un vecteur à n dimensions dans l'espace des critères.

Agréger les performances. Il s'agit ici d'établir un modèle des préférences globales, c'est-à-dire une

représentation formalisée de telles préférences relativement à un ensemble A d'actions potentielles, que l'homme d'étude juge appropriée au problème d'aide à la décision.

3.2. Les méthodes d'agrégation

Les trois premières étapes décrites au paragraphe précédent sont communes à toutes les méthodes et ne présentent que de faibles variations. La quatrième présente, elle, une diversité nettement supérieure.

Si les méthodes d'agrégation sont si nombreuses, c'est parce qu'il est dans la nature des choses qu'aucune méthode ne respecte la totalité des exigences qu'un utilisateur pourrait trouver "normales" dans l'idée du multicritère (Schärlig, 1985). Il faut donc décider sur quelle exigence on va céder. Face à ce choix, on peut distinguer trois attitudes ou approches opérationnelles (Roy, 1985).

Méthodes d'agrégation complète. La première attitude serait d'inclure toutes les performances dans ce qu'on appellerait en mathématique une fonction d'utilité ou d'agrégation (Roy, 1985), en leur attribuant d'éventuels poids. Cela suppose que tous les jugements sont commensurables alors qu'une des justifications de l'approche multicritère est la non commensurabilité de ces jugements. Comme on l'a dit ci-avant, on cède sur une exigence : la commensurabilité. Il est à noter que cette technique suppose en outre que les jugements soient transitifs, d'où l'appellation "agrégation complète transitive". En outre on notera que Roy (1985) et Maystre *et al.* (1994) l'appellent encore "approche du

critère unique de synthèse évacuant toute incomparabilité” et que Vincke (1989) nomme cette approche “théorie de l’utilité multiattribut”. Ce critère unique risque évidemment de passer toutes les nuances à la moulinette. Toutefois, les méthodes d’agrégation complète peuvent s’avérer intéressantes ou tout simplement les seules utilisables (Schärlig, 1985).

La somme ou moyenne pondérée de notes est l’exemple le plus connu de ces techniques. Elle présente comme défauts, graves ou non selon la situation, une compensation possible entre critères (notes) et une forte sensibilité aux changements d’échelle. La multiplication de ratios, avec les poids en exposants, est une méthode qui pallie ces défauts mais nécessite que chaque échelle de critère aille dans le même sens.

Citons encore : le goal-programming (Ignizio, 1978 ; Spronk, 1981), les déclassements comparés (Le Boulanger, Roy, 1970), les méthodes “politiques” (dictature, hiérarchie, démocratie parfaite), MAUT (Multiple Attribute Utility Theory) (Fishburn 1970, 1982 ; Keeney, Raiffa, 1976), UTA (Utilités Additives) (Jacquet-Lagrange, Siskos, 1982). Ces deux dernières méthodes considèrent chaque critère comme une fonction d’utilité à intégrer dans une super-fonction d’utilité.

Voici quelques cas concrets d’application de ces méthodes au domaine de l’environnement. Ces exemples révèlent que ce sont surtout les méthodes les plus élaborées qui sont les plus utilisées.

- Une extension de MAUT fut utilisée pour aider les négociations entre États des États-Unis pour choisir la politique à adopter pour le problème des pluies acides (Anandalingam, 1987).
- De même, la théorie de l’utilité multiattribut fut envisagée dans le cadre de la construction de standards pour la qualité de l’air ambiant (Keeney, Ozernoy 1982).
- Lathrop et Watson (1982) utilisèrent encore MAUT pour la gestion de déchets nucléaires.

L’agrégation partielle. Une seconde attitude est de respecter l’incomparabilité et l’intransitivité... au prix de la clarté des résultats ! En effet, cette technique ne permet pas d’obtenir un résultat indiscutable comme on s’y attend en général, pour tout ce qui est à base de mathématique (Schärlig, 1985). Ici, on cède donc sur la clarté. Comme on se contente dans ce cas d’appréhender partiellement les conséquences des divers jugements, cette attitude est dite d’agrégation partielle. D’autres (Roy, 1985 ; Maystre *et al.*, 1994) l’appellent encore “approche du surclassement de synthèse acceptant l’incomparabilité” ou “méthodes de surclassement” (Vincke, 1989).

Dans cette approche, la technique consiste à comparer les actions deux à deux et à vérifier si, selon certaines conditions préétablies, l’une des deux actions surclasse

l’autre ou pas et ce, de façon claire et nette. À partir de toutes ces comparaisons, on tente ensuite de réaliser une synthèse. Les méthodes d’agrégation partielle vont donc se différencier par leur façon de réaliser ces deux étapes.

Le lecteur désirant connaître toutes les méthodes de cette approche se référera à la synthèse de Siskos *et al.* (1983) (167 références).

Considérations générales. Face à deux actions a et b, les méthodes qui suivent se basent sur l’hypothèse que a surclasse b, c’est-à-dire que a est au moins aussi bonne que b sur une majorité de critères sans être trop nettement plus mauvaise relativement aux autres critères.

Selon les méthodes, des indices de concordance, de discordance (avec l’hypothèse de surclassement) ou de crédibilité (du surclassement) sont utilisés.

Dans le cas le plus complexe qui soit – Electre III (Roy, 1977) – deux variables, d_j (indice local de discordance) et w_j (indice local de concordance, c’est-à-dire pour un couple d’actions et un critère donné), sont calculées à l’aide du graphique repris à la **figure 2**.

Dans cette figure, q et p sont les seuils d’indifférence et de préférence stricte ; v est le seuil de veto, valeur à partir de laquelle la différence des performances de a et de b est considérée comme trop criarde pour accepter un surclassement de b par a.

L’indice global de concordance pour le couple (a,b) se calcule alors par une moyenne des w_j , pondérée par les poids des critères et l’indice de crédibilité du surclassement de b par a, par une diminution de l’indice global de concordance d’autant plus importante que les indices de discordance sont élevés (Roy, Bouyssou, 1993).

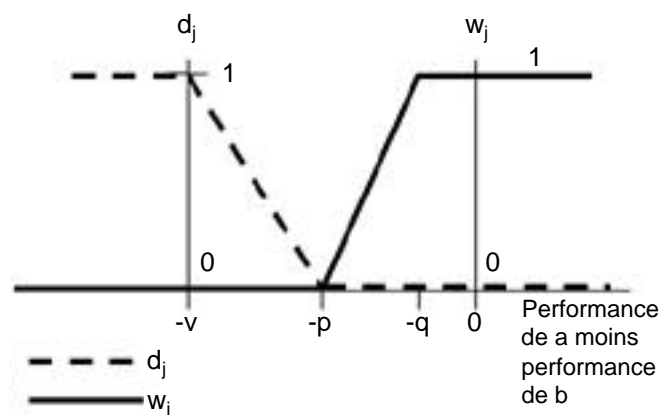


Figure 2. Schéma d’un pseudo-critère (d_j : indice local de discordance, w_j : indice local de concordance — *Scheme of a pseudo-criterion.*

Cette technique n'est évidemment pas la seule façon de faire. Parmi les nombreuses variantes, on notera l'utilisation de vrais critères avec mesure de la différence discordante entre deux actions [Electre I (Roy, 1968)], l'utilisation de vrais critères avec veto franc et non un veto "progressif" comme à la **figure 2** [Electre IV, Electre II (Roy, Bertier, 1971)], l'utilisation d'un pseudo-critère avec veto franc [Electre IS (Roy, Skalka, 1985)], une transformation de l'hypothèse de surclassement en une hypothèse de stricte préférence entre les deux actions considérées [Tactic (Vansnick, 1984)] ou en une hypothèse de simple préférence⁴, avec uniquement un indice de concordance [Prométhée (Brans, Vincke, 1985)] ou avec un indice de crédibilité défini sans l'aide de poids [Electre IV].

On remarquera encore que ce qui est exposé dans ce paragraphe concerne des critères à maximiser. En cas de minimisation, il suffit de transformer la **figure 2** par une symétrie dont l'axe est celui des w_j .

Les indices calculés pour chaque couple d'actions vont, dans la plupart des méthodes, être comparés à des valeurs seuils, établies selon diverses techniques (détermination relevant de "l'arbitraire", observation des valeurs des indices,...). D'après le résultat de ces comparaisons et selon un processus plus ou moins complexe (éminemment variable !), les méthodes vont extraire la ou les "meilleures" actions [ex : Electre I et variantes], affecter toutes les actions à des catégories préétablies [ex : Electre TRI (Yu, 1992 a et b), trichotomie de Moscarola et Roy (1977)] ou encore classer les actions en classes d'équivalence [ex : Electre II, III et IV (Roy et Hugonard, 1982), Prométhée].

On peut noter qu'en ce qui concerne la problématique du rangement des actions en classes d'équivalence, outre la complexité des méthodes, apparaît un foisonnement de procédés. Certains peuvent utiliser des indices mais sans les comparer à des seuils (Prométhée) ou encore ne pas utiliser d'indices tels que ceux qui ont été présentés ci-avant [Qualiflex (Paelinck, 1978), Oreste (Roubens, 1981),...].

Quelques exemples pratiques. La gestion de l'environnement comprend de nombreux aspects non quantitatifs et non commensurables. C'est pourquoi les méthodes par agrégation partielle semblent se tailler la part du lion dans ce domaine. Voici à titre d'exemple, quelques cas concrets.

La méthode Electre II a été utilisée par Maystre et De Heer (1985) pour établir un ordre de préférence parmi 14 stratégies face à 5 critères, en vue de lutter contre l'eutrophisation du Lac de Joux (Suisse). Macris (1987) classa 23 unités politico-administratives face à

12 critères grâce à Electre IV. Cela lui permit de définir des priorités politiques de protection de l'environnement dans le Bade-Wurtemberg (Allemagne). Une étudiante réalisant un "projet de semestre" à l'EPFL⁵ (Marchand, 1988) utilisa en 2 temps Electre II, avec 5 puis 3 critères, pour déterminer, parmi 43 décharges des Franches-Montagnes (Suisse), celles qui devaient être fermées. Electre III fut utilisée par Diop (1988) afin de classer 8 politiques de gestion des déchets urbains de Dakar (Sénégal). Toujours dans le cadre de la gestion des déchets, cette fois ménagers, Simos (1990), départagea 14 politiques évaluées grâce à 11 critères en utilisant Electre III. Serrano (1991) aida les communes de la région Provence, Alpes, Côte d'Azur à déceler les postes, dans leur budget de fonctionnement, dont la dépense d'énergie était manifestement trop forte. Il utilisa pour cela une méthode de tri trichotomique, basée sur les surclassements et mise au point par Roy (1981). d'Avignon et Sauvageau (1994) ont intégré des critères environnementaux aux traditionnels critères techniques et économiques afin de choisir parmi six scénarios d'équipement en lignes électriques au Québec, quels seraient les meilleurs. Ils utilisèrent pour cela Electre III.

Enfin, on trouvera, en matière de gestion intégrée des ressources naturelles (forêts, rivières, lacs,...), une foule de références dans Vincke (1989), Roy, Bouyssou (1993), Maystre *et al.* (1994) et Schärli (1996).

Quelques méthodes d'agrégation locale. Les deux types de méthodes d'agrégation qui précèdent supposent que A soit de dimensions raisonnables. Or A peut être très grand, voire infini lorsque les actions varient en continu. La technique est alors de partir d'une solution de départ (aussi bonne que possible) et de voir "autour" de cette solution s'il n'y en a pas de meilleure. On pratique donc une exploration locale et répétitive de A. D'où son nom de technique d'"agrégation locale itérative" (Schärli, 1985). Ces méthodes sont en outre souvent interactives entre l'homme d'étude et le demandeur. C'est pourquoi on les nomme aussi "approche du jugement local interactif avec itérations essais-erreur" (Roy, 1985 ; Maystre *et al.*, 1994) ou encore "méthodes interactives" (Vincke, 1989). On notera qu'ici, on a renoncé à toute vision globale.

Chaque itération peut être décomposée en trois phases (Roy, 1975a *in* Schärli, 1985) :

- une phase de recherche : l'homme d'étude exploite les informations recueillies au cours de l'itération précédente afin de se faire une meilleure idée des préférences implicites du décideur ;

⁴ Il est à noter que cette transformation a pour effet de déplacer vers la droite le trait continu de la **figure 2**.

⁵ École Polytechnique Fédérale de Lausanne.

- une phase de réinitialisation : l’homme d’étude “repart à zéro” sur base de toutes les informations en sa possession et met au point une nouvelle proposition pour la soumettre au décideur ;
- une phase de réaction : le décideur émet un avis sur la dernière proposition et l’homme d’étude injecte cette nouvelle information dans une nouvelle itération.

Le processus s’arrête évidemment lorsque le décideur se montre satisfait.

Il s’agit, comme nous allons le voir, de méthodes fort complexes et souvent irréalistes vis-à-vis de l’imprécision des données. Le lecteur désireux d’approfondir ses connaissances sur cette approche trouvera une mine d’informations dans Steuer (1986).

La programmation linéaire multicritère (PLM). Avant de décrire ce qu’est la PLM proprement dite, il faut d’abord définir ce qu’est un ensemble A continu. En fait, il s’agit d’un ensemble dont toutes les actions sont définies par un même nombre de variables qui prennent chacune des valeurs sur une échelle qui lui est propre, et cela en continu entre deux bornes sur cette échelle. Ainsi, si l’on a n variables de description, on peut dire que A est un espace à n dimensions.

En programmation linéaire classique, les contraintes du problème délimiteront un domaine de cet espace et la fonction économique, à maximiser (ou minimiser), désignera, pour autant que le problème le permette, un point de l’espace comme l’optimum à atteindre. Cette fonction que l’on a rendue maximale, c’est en fait un critère au sens du paragraphe traitant de l’établissement de la liste des critères à prendre en considération (p. 86). Pour passer à la PLM, il suffit donc de prendre plusieurs fonctions dites fonctions-critères plutôt que fonctions économiques. Cette multiplicité induit une impossibilité : désigner l’action idéale. En effet, chaque fonction va désigner son optimum qui ne sera en général pas celui des autres fonctions. Il faut dès

lors trouver un compromis... Pour ce faire, on définit un espace à m dimensions, m étant le nombre de fonctions-critères prises en considération. Chaque point de A correspond donc à un point de cet espace, définissant un nouvel ensemble V . Il est à remarquer que V remplace, dans le domaine de la continuité, le tableau des performances dans le domaine des valeurs discrètes. C’est par un “examen” de cet espace critère et de V que l’on va déduire quel est le meilleur compromis. Pour la simplicité de l’exposé et sans nuire à la généralité, prenons des espaces à deux dimensions, comme à la **figure 3**.

L’action a_1 correspond au point v_1 puisque c’est cette action qui donne à c_1 la plus grande valeur. Même raisonnement pour a_2 et v_2 . Les valeurs v_1 et v_2 sont alors les coordonnées de ce que l’on appelle le point de mire, idéal inatteignable puisque hors de V . Les diverses méthodes d’agrégation locale tenteront par conséquent de trouver l’action qui se rapproche le plus de ce point de mire, et ce dans un espace à m dimensions.

Les méthodes. Vu le nombre élevé de méthodes et de variantes, et vu leur complexité, ne seront repris ci-après que leur nom ainsi qu’un minimum d’explications.

La méthode STEM (Benayoun *et al.*, 1971) tente de minimiser, par rapport au point de mire, une “distance pondérée augmentée de Tchebycheff”. Une variante plus souple de cette méthode est proposée par Vincke (1976 *in* Vincke, 1989). Roy (1975b) suggère de ne se servir du point de mire que comme simple référence pouvant évoluer au cours de la discussion. Geoffrion *et al.* (1972) ont mis au point une méthode explorant à chaque itération un “cône d’amélioration”, c’est à dire un ensemble de vecteurs qui, partant d’un point de V ne comporte que des points préférés à ce point.

Si on privilégie le caractère interactif de l’approche plutôt que son côté explorateur d’un espace à m

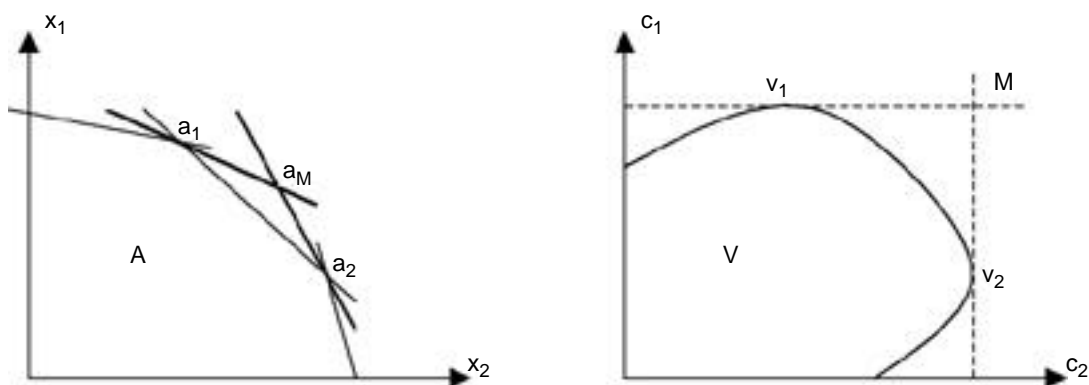


Figure 3. Espaces des actions et des critères — *Spaces of actions and of criteria.*

dimensions, on peut y classer la somme pondérée interactive de Zionts (1979), ou les variantes interactives d'UTAou du goal-programming (Masud, Hwang, 1981).

Au summum de la complexité de cette approche, on retrouve des méthodes mêlant PLM et fonction d'utilité. Telles sont les méthodes de Zionts-Wallenius (1976) et de Jacquet-Lagrèze, Meziani et Slowinski (1987 *in* Vincke, 1989).

Évidemment, il existe encore d'autres méthodes d'agrégation locale mais il serait sans intérêt de les citer sans en donner la base du fonctionnement, ce qui nécessiterait un développement qui n'a pas sa place dans ce texte.

Voici quelques applications environnementales de ces méthodes.

- Un modèle fondé sur la PLM fut utilisé par Cohon *et al.* (1980) en vue de trouver la meilleure localisation d'une centrale électrique.
- Ellis (1988) se sert aussi de la PLM pour résoudre un problème relatif au contrôle des pluies acides.
- Une variante de la méthode STEM permet à Glover et Martinson (1987) de résoudre un problème lié à l'aménagement du territoire.
- Enfin, la PLM intervient encore dans la gestion de réserves d'animaux sauvages en Afrique, lors d'une étude de Jordi et Peddie (1988).

4. CONCLUSION

Au terme de cet article, qui ne suggère que les bases du multicritère, le lecteur ne peut ignorer la richesse et les potentialités, notamment en gestion environnementale, de l'aide multicritère à la décision. En effet, celle-ci foisonne de nuances qui, contrairement au monopole du simplexe en programmation linéaire, permettent l'élaboration de nombreuses méthodes, voire de variantes de méthodes. Mais face à cette abondance, comment choisir ?

Tout dépend des moyens techniques dont on dispose, du type et de la quantité d'informations qui sont fournies ou recueillies, du type de résultat souhaité, des éventuelles connaissances du décideur en matière d'aide multicritère à la décision... En outre, l'expérience de l'homme d'étude pourra être déterminante.

Enfin, une fois la méthode choisie, rien n'interdit d'appliquer et/ou d'adapter d'autres méthodes afin de comparer leurs résultats. Il faut toutefois attirer l'attention du lecteur sur le fait que toutes les méthodes ne sont pas aisément adaptables à tous les problèmes. Par exemple, les méthodes d'agrégation locale sont plutôt destinées à des problèmes de choix, moins à des problèmes de classement d'actions. Par contre, si les méthodes de surclassement peuvent

couvrir aussi bien des problèmes de choix, de tri ou de classement d'actions, elles ne permettent que partiellement de traiter les cas où le nombre d'actions est infini. Ainsi, un aménagement du territoire implique un découpage non seulement de l'espace mais aussi du temps. Or il existe réellement une infinité de façons de procéder à ce découpage. Aussi faut-il s'arrêter à un nombre fini de variantes suffisamment distinctes afin de pouvoir appliquer la ou les méthodes qui permettront d'effectuer un classement de ces aménagements. Dans un tel problème, le facteur temps constitue en outre une difficulté lors de l'estimation des performances des actions.

L'utilisation de diverses méthodes peut aussi donner lieu à une comparaison de leur robustesse. On soulève alors une question délicate, thème de recherche à elle seule. En effet, bien que souvent nécessaire, l'analyse de robustesse peut s'avérer difficile à mener car elle implique de faire varier de nombreux paramètres dont les valeurs initiales sont déjà fortement empreintes de subjectivité humaine ou tout simplement d'un manque de connaissances. En outre, l'interprétation de cette analyse et l'élaboration de recommandations synthétiques peuvent s'avérer fastidieuses. Un travail d'informatisation, visant à alléger ces opérations, est d'ailleurs actuellement en cours.

Bibliographie

- Anandalingam G. (1987). A multiple criteria decision analytic approach for evaluating acid rain policy choices. *Eur. J. Oper. Res.* **29**, p. 336–352
- Benayoun R., Laritchev O., de Mongolfier J., Tegny J. (1971). Linear programming with multiple objective functions: STEP method (STEM), *Math. Program.* **1**, 3, p. 366–375.
- BransJP., Vincke P. (1985). A preference ranking organization method. *Manage. Sci.* **31**, 6, p. 647–656.
- Cohon JL., Revelle CS., Current J., Eagles T., Eberhard R., Church R. (1980). Application of a multiobjective facility location model to power plan siting in a six-state region of the US. *Comput. Oper. Res.* **7**, p. 107–123.
- d'Avignon G., Sauvageau M. (1994). L'aide multicritère à la décision : un cas d'intégration de critères techniques, économiques et environnementaux à Hydro-Québec, Document de travail 94-39. CREADO, Faculté des Sciences de l'administration, Université de Laval, Québec, Canada, 17 p.
- Diop O. (1988). *Contribution à l'étude de la gestion des déchets solides de Dakar : Analyse systématique et aide à la décision*. Thèse de doctorat N°757, DGR-EPFL, Lausanne, Suisse, 292 p.

- Ellis JH. (1988). Multiobjective mathematical programming models for acid rain control. *Eur. J. Oper. Res.* **35**, p. 365–377.
- Fishburn PC. (1970). *Utility theory for decision-making*. New-York: Wiley.
- Fishburn PC. (1982). *The foundations of expected utility*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel, XII + 176 p.
- Geoffrion A., Dyer J., Feinberg A. (1972). An interactive approach for multicriterion optimisation with an application to the operation of an academic department. *Manage. Sci.* **19** (4), p. 357–368.
- Glover F., Martinson F. (1987). Multiple-use land planning and conflict by multiple objective linear programming. *Eur. J. Oper. Res.* **28**, p. 343–350.
- Ignizio JP. (1978). A review of goal programming: a tool for multiobjective analysis. *J. Oper. Res. Soc.* **29** (11) p. 1109–1119.
- Jacquet-Lagrange E., Siskos J. (1982). Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making, the UTA method. *Eur. J. Oper. Res.* **10** (2), p. 151–164.
- Jacquet-Lagrange E., Meziani R., Slowinski R. (1987). MOLP with an interactive assessment of a piecewise utility function. *Eur. J. Oper. Res.* **31** (3), p. 350–357.
- Jordi KC., Peddie D. (1988). A wildlife management problem: A case study in multiple-objective linear programming. *J. Oper. Res. Soc.* **39**, p. 1011–1020.
- Keeney R., Ozernoy V. (1982). An illustrative analysis of ambient carbon monoxide standards. *J. Oper. Res. Soc.* **33**, p. 365–375.
- Keeney R., Raiffa H. (1976). *Decisions with multiple objectives: preferences and values tradeoffs*. New York: Wiley, 28 + 569 p.
- Lathrop W., Watson S. (1982). Decision analysis for the evaluation of risk in nuclear waste management. *J. Oper. Res. Soc.* **33**, p. 407–418.
- Le Boulanger H., Roy B. (1970). L'entreprise face à la sélection et à l'orientation des projets de recherche : la méthodologie en usage dans le groupe SEMA. In Agard J. : *Rationalisation des choix budgétaires*. Paris : Dunod, p. 175–205.
- Macris H. (1987). *Application d'Electre IV à l'étude de la qualité de l'environnement. Projet hors département pour mathématiciens*. Lausanne, Suisse : Institut de Génie de l'Environnement, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 51 p.
- Marchand ML. (1988). *La gestion des décharges communales, le cas des Franches-Montagnes*. Travail de semestre. Lausanne, Suisse : Institut de Génie de l'Environnement, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 36p.
- Masud AS., Hwang CL. (1981). Interactive sequential goal programming. *J. Oper. Res. Soc.* **32** (5) p. 391–400.
- Maystre LY. (1997). Une démarche pour négocier les décisions relatives à l'aménagement des territoires et à la gestion de l'environnement. *Biotechnol. Agron. Soc. Environ.* **1**, p. 248–256.
- Maystre LY., De Heer J. (1985). *A multicriteria analysis of various strategies to reduce the input of phosphorus from a river basin into a lake*. Proceedings of the international congress of EWPCA, Rome.
- Maystre LY., Pictet J., Simos J. (1994). *Méthodes multi-critères Electre. Description, conseils pratiques et cas d'application à la gestion environnementale*. Lausanne, Suisse : Presses polytechniques et universitaires romandes, 323 p.
- Moscarola J., Roy B. (1976). Procédure automatique d'examen de dossiers fondée sur un classement trichotomique en présence de critères multiples. *Cahiers du Lamsade* (Janvier 1976), Université Dauphine, Paris, 32 p. et *RAIRO Recherche opérationnelle* (1977), **11** (2) p. 145–173.
- Paelinck J. (1978). Qualiflex, a flexible multiple criteria method. *Econ. Lett.* **3**, p. 193–197.
- Roubens M. (1981). Preference relations on actions and criteria in multiple criteria decision making. *Eur. J. Oper. Res.* **10**, p. 51–55.
- Roy B. (1968). Classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode Electre). *Rev. Fr. Inf. Rech. Opér.* **2** (8) p. 57–75.
- Roy B. (1975a). Vers une méthodologie générale d'aide à la décision. *Metra* **14** (3) p. 459–497.
- Roy B. (1975b). Interactions et compromis : la procédure du point de mire, *Cah. Belg. Rech. Opér.*
- Roy B. (1977). Electre III, un algorithme de classement fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples, rapport de recherche 81. Paris : Sema, 32 p. ; publié ensuite dans les *Cah. Cent. Etud. Rech. Opér.* **20** (1) p. 3–24.
- Roy B. (1981). A multicriteria analysis for trichotomic segmentation problems. In P. Nijkamp, J. Spronk (eds). *Multiple criteria analysis*. Aldershot, UK: Gower Press, p. 245–257.
- Roy B. (1985). *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*. Paris : Economica, XXII + 423 p.
- Roy B., Bertier P. (1971). *La méthode Electre II, une méthode de classement en présence de critères multiples*. Note de travail 142. Paris : Direction scientifique, Sema, 25 p.
- Roy B., Bouyssou D. (1993). *Aide multicritère à la décision : Méthodes et cas*. Paris : Economica, 695 p.
- Roy B., Hugonnard JC. (1982). Classement des prolongements de lignes de métro en banlieue parisienne. *Cah. Cent. Etud. Rech. Opér.* **23**, p. 153–171.
- Roy B., Skalka JM. (1985). *Electre Is, aspects méthodologiques et guide d'utilisation*. Document 30, Lamsade. Paris : Université de Paris Dauphine, 119p.
- Schärlig A. (1985). *Décider sur plusieurs critères, panorama de l'aide à la décision multicritère*. Lausanne, Suisse : Presses polytechniques et universitaires romandes, 304 p.
- Schärlig A. (1996). *Pratiquer Electre et Prométhée : un complément à décider sur plusieurs critères*. Lausanne, Suisse : Presses polytechniques et universitaires romandes, 173 p.

- Serrano F. (1991). *Aide multicritère à la décision en matière d'économie d'énergie*. Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille II, France, 144 p.
- Simos J. (1990). *L'évaluation environnementale : un processus cognitif négocié*. Thèse de doctorat N° 823, DGR-Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suisse, 216 p.
- Siskos J., Wäscher G., Winkels H. (1983 in Schärli 1985), A bibliography of outranking approaches. *Cahiers du Lamsade*, Université de Paris Dauphine, Paris, 45, 15p.
- Spronk J. (1981). *Interactive multiple goal programming*. The Hague: Martinus Nijhoff, 269 p.
- Steuer R. (1986). *Multiple criteria optimisation: theory, computation and application*. New York: Wiley.
- Vansnick JC. (1984). *Inter-criteria information in multiple criteria decision making*. Réunion EURO-MULTI, Liège, Belgium, 19 p.
- Vincke P. (1976). Une méthode interactive en programmation linéaire à plusieurs fonctions économiques. *Rev. Fr. Inf. Rech. Opér.* **2**, p. 5–20.
- Vincke P. (1989). *L'aide multicritère à la décision*. Bruxelles : Éditions de l'Université de Bruxelles, 179 p
- Yu Wei (1992a). *Aide multicritère à la décision dans le cadre de la problématique de tri. Concepts, méthodes et applications*. Thèse de doctorat, Université de Paris Dauphine, 201 p.
- Yu Wei (1992b). *Electre TRI, aspects méthodologiques et guide d'utilisation*. Document 74, Lamsade. Paris : Université de Paris Dauphine, 80 p.
- Zionts S. (1979). *Methods for solving management problems involving multiple objectives*. Working papers series n°400. Buffalo: School of Business Administration, State University of New York, 38 p.
- Zionts S., Wallenius J. (1976). An interactive programming method for solving the multiple criteria problem, *Manage. Sci.* **22** (6) p. 652–663.

(52 réf.)